

INTRODUKTION

Formålet med denne opgave er at drøfte stoffet i Williamson kapitel 6 og 7. Vi starter med at kikke på forbrugersiden, og udleder forbrugsfunktionen. Dette giver også mulighed kort for at kikke nærmere på Milton Friedmans' livsløbshypotese. Så løses virksomhedens problem, og efterspørgslen efter arbejdskraft og investeringer bestemmes. Endelig tilføjes en offentlig sektor, og vi er derpå klar til at konstruere vores  $Y^s/Y^d$ -diagram.

Analysen er forsimplet i forhold til lærebogens fremstilling derved at arbejdsudbuddet holdes eksogent. Det gør regnearbejdet mere overskueligt. Undervejs vil I imidlertid blive tvunget til at overveje hvad denne forsimplening betyder for resultaterne.

En af de centrale indsigter som analysen af modellen leder frem til er, at der er forskel på konsekvenserne af skift i det offentlige forbrug, alt efter om skiftet sker idag, eller i morgen. Desuden kommer I til at analysere de makroøkonomiske konsekvenser af (eksogene) ændringer i kapitalbeholdningen. Et eksperiment der siger noget om hvordan en økonomi tænkligt påvirkes af fx. naturkatastrofer.

FORBRUGEREN

Betragt den repræsentative forbruger. Individet har dét grundlæggende problem, at skulle fordele sin indkomst optimalt mellem forbrug idag,  $c$ , og forbrug imorgen,  $c'$ . Det antages at forbrugeren eksogent udbygger  $N$  enheder arbejdskraft idag, og  $N'$  enheder imorgen.

Forbrugerens nyttefunktion er givet ved:

$$U(C, C') = \ln C + \beta \ln C',$$

hvor  $\beta > 0$ . Endvidere skal forbrugeren respektere sine budgetrestriktioner

$$\text{periode 1: } C + S = wN + \pi - T,$$

$$\text{periode 2: } C' = (1 + r)S + w'N' + \pi' - T',$$

hvor  $s$  er opsparinge,  $r$  realrenten,  $(w, w')$  er reallønnen idag hhv imorgen,  $(\pi, \pi')$  er profitindkomsten idag og imorgen, og endelig er  $(T, T')$  skattebetalingerne for idag og imorgen.

1. Vis at forbrugers intertemporale budgetrestriktion er:

$$C + \frac{C'}{1+r} = wN + \pi - T + \frac{w'N' + \pi' - T'}{1+r}.$$

2. Opstil Lagrangefunktionen for problemet. Find førsteordensbetingelserne for  $C$  og  $C'$  og vis ved hjælp af disse, at

$$C' = \beta(1+r)C.$$

Redegør for den økonomiske fortolkning af dette udtryk.

3. Vis at periode 1 forbruget er givet ved

$$C = \left(\frac{1}{1+\beta}\right) \left(wN + \pi - T + \frac{w'N' + \pi' - T'}{1+r}\right)$$

(*Vink*: anvend resultatet fra opgave 2 til at substituere  $C'$  ud i budgetrestriktionen, og isoler dernæst  $C$ ).

4. Definer  $y \equiv wN + \pi$ ,  $y' \equiv w'N' + \pi'$ . (i) Vis at hvis indkomsten stiger alene i periode 1 (altså  $dy > 0$  - en "forbigående indkomstsstigning"), da vil forbruget stige med mindre end indkomstsstigningen.

5. Antag nu, at indkomsten stiger lige meget i begge perioder. Altså  $dy = dy' > 0$  - en "permanent indkomstsstigning". Vil det stadigvæk være tilfældet at  $dc/dy < 1$ ? Kommenter'.

VIRKSOMHEDEN

Virksomheden har som formål at maksimere sin værdi. Denne er givet ved

$$V = \pi + \frac{\pi}{1+r}.$$

Endvidere oplyses det, at produktionfunktionen i de to perioder er

$$\begin{aligned} Y &= zK^\alpha N^{1-\alpha} \\ Y' &= z'(K')^\alpha (N')^{1-\alpha}. \end{aligned}$$

Virksomheden har muligheden for at påvirke dens kapitalbeholdning i periode to. Det gælder at

$$K' = I + (1 - d)K.$$

Notationen er:  $(Y, Y')$  er output i dag og imorgen;  $(K, K')$  er kapitalbeholdningen i dag og imorgen;  $(z, z')$  er TFP i dag og imorgen;  $(N, N')$  er arbejdskraftinputtet i dag og imorgen, og  $d$  er nedslidningsraten. Endelig haves at

$$\begin{aligned}\pi &= Y - wN - I \\ \pi' &= Y' + (1 - d)K' - wN.\end{aligned}$$

6. Forklar hvorfor profitudtrykkene ser ud som de gør.

7. Vis at førsteordensbetingelserne mht.  $N$  og  $I$  er givet ved:

$$w = (1 - \alpha)zK^\alpha N^{-\alpha} \text{ og } 1 = \frac{\alpha z' (K')^{\alpha-1} N'^{1-\alpha} + (1 - d)}{1 + r}$$

8. Vis, ved brug af førsteordensbetingelsen for investeringer, at virksomhedens ønskede investeringer kan skrives som

$$I = \left( \frac{\alpha z'}{r + d} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N' - (1 - d)K,$$

og forklar hvorfor investeringerne afhænger af TFP imorgen, renten, beskæftigelsen i morgen samt kapitalbeholdningen idag.

9. Vis at periode 1 profitten er givet ved:

$$\pi = zK^\alpha N^{1-\alpha} - wN - \left( \frac{\alpha z'}{r + d} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N' + (1 - d)K.$$

#### OPSUMMERING

Vores model for indkomstdannelsen i denne periode, ser nu således ud. Fra forbrugersiden har vi dels efterspørgslen efter forbrug

$$C = \left( \frac{1}{1 + \beta} \right) \left( wN + \pi - T + \frac{w'N' + \pi' - T'}{1 + r} \right), \quad (1)$$

samt udbuddet af arbejdskraft

$$N^s = \bar{N}, \quad (2)$$

som jo altså bare er eksogent givet ved mængden  $\bar{N}$ . Fra virksomhedssiden har vi efterspørgslen efter investeringsgoder

$$I = \left( \frac{\alpha z'}{r + d} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N' - (1 - d)K, \quad (3)$$

efter arbejdskraft

$$w = (1 - \alpha)zK^\alpha (N^d)^{-\alpha}, \quad (4)$$

produktionsfunktionen

$$Y = zK^\alpha N^{1-\alpha}, \quad (5)$$

samt profitudtrykket

$$\pi = zK^\alpha N^{1-\alpha} - wN - \left( \frac{\alpha z'}{r + d} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N' + (1 - d)K. \quad (6)$$

Hertil kommer, at vi vil antage, at der eksisterer en offentlig sektor. Denne forbruger i to perioder, hhv. mængderne  $G, G'$ , og opkræver skatter,  $T, T'$ . Den offentlige sektor er underlagt budgetrestriktionen

$$G + \frac{G'}{1 + r} = T + \frac{T'}{1 + r}. \quad (7)$$

Endelig husker vi, at den samlede efterspørgsel efter varer udgøres af summen af forbrug (privat og offentlig) samt investeringer

$$Y^d = C + I + G. \quad (8)$$

**Den kompetitive ligevægt** er her karakteriseret ved: (i) at den repræsentative husholdning nyttemaksimerer, (ii) at den repræsentative virksomhed maksimerer profitten, (iii) staten balancerer budgettet og endelig (iv) at varemarkedet og arbejdsmarkedet clearer (dvs. at udbudt arbejdskraft er lige efterspurgt arbejdskraft og udbudte varer er lig efterspurgte varer):

$$N^s = N^d \quad (9)$$

$$Y^s = Y^d. \quad (10)$$

KOMPETITIV LIGEVÆGT, ELLER, “ $Y^D/Y^S$  ANALYSEN”

10.. Tegn ligevægten på arbejdsmarkedet, som den tager sig ud i denne model. Redegør for forskellene til lærebogens fremstilling.

11. Hvordan ser  $Y^s$  kurven ud i denne model? Hvilke faktorer påvirker kurvens beliggenhed? Hvordan ville den have set ud, dersom arbejdsmarkedet havde fungeret som i lærebogen?

12. Brug relationerne (1), (3), (6), (7) samt (8) til at vise, at  $Y^D$ -kurven kan skrives

$$Y^d = \frac{1}{\beta} \left( \frac{w'N' + \pi' - G'}{1+r} \right) + \left[ \left( \frac{\alpha z'}{r+d} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N' - (1-d)K \right] + G.$$

Skitsér kurven i et  $(r, Y)$  diagram.

13. Analyser', ved brug af  $Y^d/Y^s$  diagrammet, effekten af en stigning i det offentlige forbrug,  $G$ , på produktionen, beskæftigelsen, realrenten, investeringerne, forbruget samt reallønnen. Kommenter på forskellene mellem resultaterne opnået i denne model og de resultater man får ved brug af en mere generel model som beskrevet i lærebogen.

14. Analyser', ved brug af  $Y^d/Y^s$  diagrammet, effekten af en stigning i det *fremtidige* offentlige forbrug,  $G'$ , på produktionen, beskæftigelsen, realrenten, investeringerne, forbruget samt reallønnen.

15. Analyser', ved brug af  $Y^d/Y^s$  diagrammet, effekten af en stigning i  $z$  på produktionen, beskæftigelsen, realrenten, investeringerne, forbruget samt reallønnen. Redegør for om modellen kvalitativt er i stand til at ramme de empiriske regulariteter for konjunkturcykler.

16. Analyser', ved brug af  $Y^d/Y^s$  diagrammet, effekten af et fald i kapitalbeholdningen  $K$  på produktionen, beskæftigelsen, realrenten, investeringerne, forbruget samt reallønnen. Kommenter på forskellene mellem resultaterne opnået i denne model og de resultater man får ved brug af en mere generel model som beskrevet i lærebogen. Hvad siger empirien om udviklingen i fx. produktionen efterfølgende en naturkatastrofe?