Ugeseddel 9

Regnes inden øvelserne 7/4, 2003.

OBS: Øvelserne denne gang flyttet til E35A.

Opgave 1

Bevis proposition 16.D.1.

Opgave 2

Gør kort rede for hvilke resultater i bogens del I, der medfører egenskaberne (i)–(iii) i proposition 17.B.2.

Opgave 3

Med denne opgave vil vi få bevist del (v) af proposition 17.B.2. Gør således de antagelser om forbrugerne, som er nævnt i propositionen. Betragt en prisfølge med $p^n \to p \neq 0$, hvor $p_\ell = 0$ for mindst et ℓ, mens $p^n \gg 0$ for alle n.

a) Vis at der findes mindst en forbruger i med $p \cdot \omega_i > 0$.

b) Antag at denne forbruger i ikke opfylder $\max\{z_{i1}(p^n), \ldots, z_{iL}(p^n)\} \to +\infty$. Vis at der findes en delfølge af priser p^{n_r} således at følgen $z_i(p^{n_r})$ er konvergent. Kald følgens grænse for z_i. Sæt $x_i = \omega_i + z_i$ og $x_i^{n_r} = x_i(p^{n_r}, p^{n_r} \cdot \omega_i)$, og bemærk at $x_i^{n_r} \to x_i$.

c) Vis at $p \cdot x_i = p \cdot \omega_i > 0$ og konkludér at der findes en vare k med $p_k > 0$ og $x_{ki} > 0$.

d) Lad nu $\hat{x}_i^{n_r}$ (hhv. $\hat{x}_i$) være defineret ved at starte fra $x_i^{n_r}$ (hhv. x_i) og lægge en enhed af vare ℓ til og trække ε af vare k fra. Begrund at ε kan vælges så lille at $\hat{x}_i \succ_i x_i$. Begrund da, at for store nok n_r er $\hat{x}_i^{n_r} \succ_i x_i^{n_r}$.

e) Begrund at for store nok n_r er $p^{n_r} \cdot \hat{x}_i^{n_r} \leq p^{n_r} \cdot x_i^{n_r} \leq p^{n_r} \cdot \omega_i$.

f) Begrund at resultatet i e) giver anledning til en modstrid, og få gjort beviset færdigt.

Opgave 4

På side 588 i bogen defineres $f(p) = \dfrac{1}{\alpha(p)}(p + z^+(p))$ for alle $p \in \Delta$. Per definition er $\Delta = \{p \in \mathbb{R}_+^L \mid p_1 + \ldots + p_L = 1\}$, og $z_\ell^+(p) = \max\{z_\ell(p), 0\}$, og $\alpha(p) = \sum_{\ell=1}^L [p_\ell + z_\ell^+(p)]$. Det er antaget at z er kontinuert.

a) Tegn en graf for funktionen $\max\{y, 0\}$ hvor y er en reel variabel, og bemærk at den er kontinuert i y. Forklar nu hvorfor z^+ er kontinuert i p.

b) Vis at hvis $p \in \Delta$ så er $\alpha(p) \geq 1$. Forklar, at α er kontinuert i p.

c) Kontrollér, at for givet $p \in \Delta$ er $f(p) \in \Delta$.

d) Bevis omhyggeligt at $z^+(p) \cdot z(p) = 0$ medfører $z(p) \leq 0$.