Ugeseddel 5

Regnes inden øvelserne 10/3, 2003.

Opgave 0

Opgave 3 og opgave 4 del c)+d) fra ugeseddel 4.

Opgave 1

Bevis proposition 5.C.1, delene (i), (iv) og (v). Bevis også udbudsloven, $(p - p') \cdot (y - y')$ for alle $y \in y(p)$ og $y' \in y(p')$. Giv først de nødvendige definitioner.

Opgave 2

Antag at y løser profitmaksimeringsproblemet $\max_{y \in Y} p \cdot y$, hvor $Y \subseteq \mathbb{R}^L$ og $p \in \mathbb{R}^L \setminus \{0\}$. Bevis at y ligger på randen af Y. Gør rede for at dette resultat ikke bygger på nogen af bogens antagelser (i)–(xii).

Opgave 3

Produktionsmulighedsområdet $Y \subseteq \mathbb{R}^L$ siges at være strengt konvekst hvis det opfylder betingelsen $y, z \in Y, \alpha \in (0,1) \Rightarrow \alpha y + (1-\alpha)z \in \text{int}(Y)$. Bevis at der da højst kan findes en løsning på profitmaksimeringsproblemet $\max_{y \in Y} p \cdot y$, givet $p \in \mathbb{R}^L \setminus \{0\}$.

Opgave 4

Bogens opgave 5.C.9.

Opgave 5

Betragt en teknologi med kun et enkelt input (der betegnes med z) og et enkelt output (betegnet ved q). Teknologien er beskrevet ved en produktionsfunktion $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ således at $Y = \{(-z, q) \mid q \leq f(z) \text{ og } z \geq 0\}$. Inputprisen er $\mathrm{w} > 0$ og outputprisen er $p > 0$.

a) Antag at $f(z) = z/k$ for en givet konstant $k > 0$. Begrund at teknologien da har konstant skalaafkast. Vis at produktionsplanen $(0, 0)$ er den entydige løsning på profitmaksimeringsproblemet når $p/\mathrm{w} < k$, at alle produktionsplaner med $q = f(z)$ løser problemet når $p/\mathrm{w} = k$, og at der ingen løsninger er på problemet når $p/\mathrm{w} > k$.

b) Antag at $f(z) = z + 1 - 1/(1 + z)$. Vis at $f(0) = 0$, at f er voksende, at f' er aftagende, og at $f'(z) > 1$ for alle z. Antag at $(\mathrm{w}, p) = (1, 1)$. Vis at der ikke findes nogen løsning på profitmaksimeringsproblemt, selv om der er en øvre grænse på $pq - \mathrm{w}z$.

c) Inada betingelserne for produktionsfunktionen er, at $f(0) = 0$, at f er kontinuert differentiabel ved alle $z > 0$, at f er strengt voksende, at f' er strengt aftagende, at $\lim_{z \searrow 0} f'(z) = +\infty$, og at $\lim_{z \to \infty} f'(z) = 0$. Skitsér udseendet på en produktionsfunktion, der opfylder Inada betingelserne. Begrund, gerne ud fra skitsen, at når en produktionsfunktion opfylder Inada betingelserne, findes der for alle $(\mathrm{w}, p) \gg 0$ en entydig løsning på profitmaksimeringsproblemet, hvor løsningen opfylder $f'(z) = \mathrm{w}/p$.