Dynamisk Økonomi projektopgave 2

Afleveres 22/12–04 senest 12.00 hos Mette B. Jensen i 04.3.01

Dette projekt tager udgangspunkt i bogen af Anders Borglin, som indfører de modeller og begreber, der anvendes i opgaven. I besvarelsen af opgaven må der altid gerne henvises til relevante dele af bogen.

Opgave 1

I denne opgave betragtes en forbruger med en speciel nyttefunktion. Lad $L = 2$ og $T = 1$. Lad $C = \mathbb{R}^4_{++}$ og lad $e \in C$. Nyttefunktionen er på CES-formen

$$u(c) = -\frac{1}{c_1(0)} - \frac{1}{c_2(0)} - \frac{1}{c_1(1)} - \frac{1}{c_2(1)}.$$

Det kan tages for givet, at forbrugeren opfylder antagelserne (C1)–(C5).

a) Begrund at nyttefunktionen er tids-separabel, $u(c) = u_0(c(0)) + u_1(c(1))$.

b) For hvert $t \in \mathbb{T}$, løs $\max_{c(t)\in\mathbb{R}^2_{++}} u_t(c(t))$ så $p(t)\cdot(c(t) - e(t)) \leq r(t)$.

c) Ved hjælp af løsningerne fra b), find den indirekte nyttefunktion $v(p, r)$.

d) Gør kort rede for, hvorfor $\mathrm{grad}_r v(p, r)$ er interessant, og beregn derpå denne vektor.

Opgave 2

I denne opgave betragtes en forbruger med tids-inkonsistente præferencer. Opgaven bygger ikke på bogens omtale af tidskonsistens i det kursoriske afsnit 4.4, idet den netop bevæger sig i den modsatte retning.

Lad $L = 1$ og $T = 2$. Antag at $p(0) = p(1) = p(2) = 1$. Der er åbent på simple markeder for overførsel af spot-indkomst både på tidspunkt 0 og tidspunkt 1. På tidspunkt 0 er det muligt at overføre indkomst til tidspunkt 1. Her er $\beta(1) = 1$ prisen på 1-kroner, udtrykt i 0-kroner. Ligeledes er det på tidspunkt 1 muligt at overføre indkomst til tidspunkt 2. Her er $\beta(2) = 1$ igen prisen på 2-kroner, udtrykt i 1-kroner.

Lad $C = \mathbb{R}^3_{++}$ og $e = (5, 2, 1)$. På tidspunkt 0 ønsker forbrugeren at maksimere nyttefunktionen

$$u(c(0), c(1), c(2)) = \frac{1}{2}\ln(c(0)) + \frac{1}{4}\ln(c(1)) + \frac{1}{4}\ln(c(2)),$$

men på tidspunkt 1 ønsker forbrugeren i stedet at maksimere

$$\hat{u}(c(0), c(1), c(2)) = \frac{1}{4}\ln(c(0)) + \frac{3\alpha}{4}\ln(c(1)) + \frac{3(1-\alpha)}{4}\ln(c(2)),$$

hvor $0 < \alpha < 1$.

a) Vis og fortolk, at der ikke findes nogen strengt voksende $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ med $u = f \circ \hat{u}$.

b) Betragt forbrugerens problem ved tidspunkt 1. Nu er $c(0)$ allerede realiseret, og må derfor tages for givet. Opskriv forbrugerens budgetbetingelse for valg af $(c(1), c(2))$.

c) Løs forbrugerens problem ved tidspunkt 1, givet $c(0) \in (0, 8)$.

d) Betragt nu forbrugerens problem ved tidspunkt 0. Det, der fastlægges nu, er $c(0)$. Forbrugeren forventer korrekt, at $(c(1), c(2))$ vil følge som funktion af $c(0)$, således som beskrevet i løsningen til del c). Løs problemet.

e) Når parameteren α varierer, hvorledes påvirkes så forbruget $c(0)$ og nytterne u og $\hat{u}$ i løsningen fra d)?

f) Kan forbruget $(c(0), c(1), c(2))$, der følger af løsningerne til c) og d), Pareto-forbedres i følgende forstand: findes der en anden forbrugsvektor $(\tilde{c}(0), \tilde{c}(1), \tilde{c}(2))$, der også opfylder budgetbetingelserne, men som forøger både u og $\hat{u}$?

Opgave 3

Betragt en økonomi over tid med aktiver. Her er $L = 1$ og $T = 2$, og der er to forbrugere, $\mathbb{I} = \{a, b\}$. De har $C^i = \mathbb{R}^3_{++}$ og ens nyttefunktioner

$$u^i(c^i) = \frac{1}{2}\ln(c^i(0)) + \frac{1}{4}\ln(c^i(1)) + \frac{1}{4}\ln(c^i(2)).$$

Deres initialressourcer er $e^a = (9, 2, 2)$ og $e^b = (3, 6, 6)$.

a) Vis, at der er en Walrasligevægt for denne økonomi hvor $c^a = c^b = (6, 4, 4)$.

b) Antag nu, at der er ufuldstændige aktivmarkeder, idet der kun findes et realt aktiv med $a(1) = 1$ og $a(2) = \alpha \in \mathbb{R}$. Begrund, at enhver Radner-ligevægt kan pris-normaliseres således at $p(0) = p(1) = p(2) = 1$.

c) Opskriv hver forbrugers problem, og find førsteordensbetingelsen, der beskriver løsningen.

d) Når $\alpha = 1$, tillader aktivet en Radnerligevægt, hvor $c^i = (6, 4, 4)$ ligesom i a). Find aktivprisen og porteføljerne til denne ligevægt, og kontroller at betingelserne i c) er opfyldt.

e) Benyt implicit funktionssætning til at afgøre, om der findes Radnerligevægte nær den fra d), når α varieres i en omegn af 1.

f) Vil disse andre ligevægte fra e) opnå Pareto-optimalitet?

g) Lad nu i stedet aktivet være nominelt, med dividende $v(1) = v(2) = 1$. Begrund, at ligevægten fra d) kan oversættes til dette nye tilfælde.

h) Undersøg, om økonomien med det nominelle aktiv har et kontinuum af ligevægtsallokeringer. Bemærk, at prisnormaliseringen fra del b) ikke længere er gyldig.