Makroøkonomi 1, 31/10 2003
Henrik Jensen

## Kvantitativ betydning af naturlige ressourcer for vækst: Empiri og alternative former for produktionsfunktioner

- Forekomst af naturlige ressourcer i produktionsprocessen reducerer økonomiens langsigtede pr. capita vækstrate
  - Befolkningsvæksten udgør et "pres" på den naturlige ressource (både når den er konstant og, i særlig grad, når ressourcen reduceres over tid)
  - Dette indebærer en "kamp" mellem positiv pr. capita vækst forårsaget af teknologiske fremskridt, og negativ pr. capita vækst forårsaget af dette "Malthus-agtige" pres på ressourcerne
  - Hvem "vinder"?
  - Ultimativt et empirisk spørgsmål
- I Jones, kap. 9.1 og 9.2, undersøgedes teoretisk hhv. forekomst af en **konstant** ressource og en **ikke-fornybar** ressource
- For at få et fyldestgørende billede til "besvarelsen" af det empiriske spørgsmål, *kombineres* modellerne til at indeholde begge typer af ressourcer

- For den “kombinerede” model er aggregeret output givet ved

$$Y = BK^{\alpha}T^{\beta}E^{\gamma}L^{1-\alpha-\beta-\gamma}$$

hvor notationen følger Jones, kap. 9.1. og 9.2.

- Balanceret vækstbane findes som i kap. 9.1. og 9.2. ved at dividere med $Y^{\alpha}$:

$$Y^{1-\alpha} = B\,(K/Y)^{\alpha}\,T^{\beta}E^{\gamma}L^{1-\alpha-\beta-\gamma}$$

$$Y = B^{\frac{1}{1-\alpha}}\,(K/Y)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\,T^{\frac{\beta}{1-\alpha}}E^{\frac{\gamma}{1-\alpha}}L^{\frac{1-\alpha-\beta-\gamma}{1-\alpha}}$$

- Anvendelse af den ikke-fornybare ressource er som i kap. 9.2. givet ved $E = s_E R_0 \mathrm{e}^{-s_E t}$, og vi får

$$Y = B^{\frac{1}{1-\alpha}}\,(K/Y)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\,T^{\frac{\beta}{1-\alpha}}\left[s_E R_0 e^{-s_E t}\right]^{\frac{\gamma}{1-\alpha}}L^{\frac{1-\alpha-\beta-\gamma}{1-\alpha}}$$

- “Taking logs and then derivatives......”

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{1}{1-\alpha}g_B - \frac{\gamma}{1-\alpha}s_E + \frac{1-\alpha-\beta-\gamma}{1-\alpha}n$$

- Derved fås outputvækst pr. capita som:

$$\boxed{g_y = g - \left(\overline{\beta} + \overline{\gamma}\right)n - \overline{\gamma}s_E,}$$

$$g \equiv \tfrac{1}{1-\alpha}g_B, \quad \overline{\beta} \equiv \tfrac{\beta}{1-\alpha}, \quad \overline{\gamma} \equiv \tfrac{\gamma}{1-\alpha}.$$

- Empirisk spørgsmål er nu:
  - Hvor meget dæmpes pr. capita outputvækst, $g_y$, af "vækst-tabet" beskrevet ved $\left(\overline{\beta}+\overline{\gamma}\right)n+\overline{\gamma}s_E$?

- Nordhaus (1992) laver beregninger (for USA) for de forskellige parameterværdier for at få et overordnet indtryk af de relevante størrelsesordner

- Vi skal finde værdier for $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $s_E$. Under antagelse af fuldkommen konkurrence på faktormarkederne er $\alpha$, $\beta$ og $\gamma$ de tilhørende faktorers andel af output (og $1-\alpha-\beta-\gamma$ er lønandelen).
  Nordhaus finder:
  * $\alpha = 0.2$; $\beta = 0.1$; $\gamma = 0.1$ (=> lønandel på 0.6)
  * $s_E = 0.005$
  * => $\left(\overline{\beta}+\overline{\gamma}\right)n+\overline{\gamma}s_E = 0.0031$

- M.a.o, forekomst af såvel konstante som ikke-fornybare ressourcer resulterer i en reduktion af outputvækst pr. capita på 0.3%.

- Meget? Lidt?
  (Det bekræfter dog *ikke* "Malthus-agtige" dommedags-profetier...)

- Husk Lucas regel: "Et land som vokser m. $x$ % pr. år, vil fordoble pr. capita indkomst hver $70/x$ år."
  ($y(t^*) = 2y_0 = y_0 e^{xt^*/100}$ => $t^* = \log 2 * 100/x \approx 70/x$.)

- Forekomst af naturlige ressourcer svarer derfor til "manglende fordobling" hvert $70/0.3 = 235$ år. Lidt? Meget?

- Alternativt "velfærdsmål" for væksttabet: Hvad svarer det til i permanent tab af andel af indkomst?

  – M.a.o., at opleve den faktiske vækst på 1.8% istedet for den potentielle på 2.1%; hvad svarer det til i procentvis tabt indkomst pr. år?
    Lad denne ubekendt være $\tau$. Svaret er da løsningen på:

$$\int_0^\infty \left(y_0 \mathrm{e}^{0.018t}\right) \mathrm{e}^{-rt} \mathrm{d}t = \int_0^\infty (1-\tau)\left(y_0 \mathrm{e}^{0.021t}\right) \mathrm{e}^{-rt} \mathrm{d}t$$

    hvor $r = 0.06$ er realrenten (som regner fremtidige penge om til nutidige)

$$y_0 \int_0^\infty \mathrm{e}^{(0.018-r)t} \mathrm{d}t = (1-\tau)\, y_0 \int_0^\infty \mathrm{e}^{(0.021-r)t} \mathrm{d}t$$

$$\left[\tfrac{1}{(0.018-r)} \mathrm{e}^{(0.018-r)t} + c_1\right]_0^\infty = (1-\tau)\left[\tfrac{1}{(0.021-r)} \mathrm{e}^{(0.021-r)t} + c_2\right]_0^\infty$$

$$-\frac{1}{(0.018-r)} = -(1-\tau)\frac{1}{(0.021-r)}$$

$$\tau = 0.071$$

- Nu lyder det jo pludselig af noget som "batter": Forekomst af naturlige ressourcer indebærer et væksttab, som svarer til en *permanent* reduktion i *årlig* indkomst på omkring 7%.

- Hvor *robuste* er Nordhaus's kvantitative resultater?

*Vi graver dybere*

- Bemærk at beregningerne forudsætter, at produktionsfunktionen er Cobb-Douglas

=> *Konstante* faktorindkomstandele

- Med $Y = BK^{\alpha}T^{\beta}E^{\gamma}L^{1-\alpha-\beta-\gamma}$ findes f.eks $K$s faktorindkomst andel fra førsteordensbetingelsen for profitmaksimering:

$$\partial Y/\partial K = r \quad => \quad \alpha Y/K = r \quad => \quad rK/Y = \alpha$$

- Definer

$$v_K = \frac{rK}{Y}, \quad v_T = \frac{P_T T}{Y}, \quad v_E = \frac{P_E E}{Y}, \quad v_L = \frac{wL}{Y}$$

- Med Cobb-Douglas funktionen haves derfor

$$v_K = \alpha, \quad v_T = \beta, \quad v_E = \gamma, \quad v_L = 1 - \alpha - \beta - \gamma$$

- *Er* disse konstante over tid (som Nordhaus implicit antager)?
- Empirisk: $v_L$ er klart konstant over tid (ca. $0.6 - 0.7$)

- Men....hvad med $v_T$ og $v_E$???? Noget tyder på, at de er *faldende* over tid

- => Egentlig skulle $\beta$ og $\gamma$ falde over tid => væksttabet sfa. naturlige ressourcer er derfor måske *overdrevet* i Nordhaus' beregninger

- Kan $v_T$ og $v_E$ være faldende over tid?

- Til brug ved svar på spørgsmål introduceres fundamentalt økonomisk "dogme": Relativt *knappe* faktorer er relativt *dyre*

- Dette "dogme" bruges til at se på naturlige ressourcers pris relativt til løn (her nu kun ressourcen $E$)

$$\frac{v_E}{v_L} = \frac{P_E E/Y}{wL/Y} = \frac{P_E E}{wL}$$

$$\Longrightarrow \frac{P_E}{w} = \frac{v_E}{v_L}\frac{L}{E}$$

  - a) $L/E$ må vel stige over tid......
  - b) $v_L$ er konstant (jf. empiri)
  - c) antag, at $v_E$ er konstant (som ved Cobb-Douglas)
  - a)+b)+c) => $P_E/w$ stiger over tid; dvs. økonomisk set bliver $E$ en mere knap ressource

- Meeen, figur 9.2 i Jones, viser (bortset fra olieprischokkene) *faldende* tendenser i $P_E/w$! (Gælder ifølge Nordhaus også for andre naturlige ressourcer)

- Dvs. "a)" og/eller "c)" holder muligvis ikke

- M.a.o., $v_E$ må evt. falde over tid. Dette antydes også at være tilfældet ved figur 9.3 (igen bortset fra olieprischokkene)
- M.a.o., $E/L$ må evt. stige over tid. Dette antydes også at være tilfældet ved figur 9.4

*Mere fokus på faldende faktorindkomstandele*
*(da dette er centralt for beregningerne af væksttabet)*

- Hvis faldende faktorindkomstandel skal modelleres (og forstås) må Cobb-Douglas antagelse klart droppes
- Derfor introduceres generalisering af denne: CES produktionsfunktionen (Constant Elasticity of Substitution)
- Eksempel med blot $K$ og $E$ som inputs:

$$Y = \left(K^\rho + (BE)^\rho\right)^{1/\rho}, \quad \rho < 1.$$

  - Konstant substitutionsleasticitet på $\sigma \equiv 1/(1-\rho)$ [Se Appendix bagi.]
  - For $0 < \rho < 1$, $\sigma > 1$ $\approx$ "Høj" substitutionsleasticitet
  - For $\rho < 0$, $0 < \sigma < 1$ $\approx$ "Lav" substitutionsleasticitet

NB: For $\rho \to 0$ bliver CES produktionsfunktionen i **Jones** af Cobb-Douglas formen. DOG KUN HVIS MAN LAVER EN RETTELSE TIL JONES' SPECIFIKATION! En tyver til den første, som viser dette og giver mig beviset!

- Hvad er $v_E = P_E E/Y$ med CES produktionsfunktionen?
- Førsteordensbetingelse fra profitmaksimering:

$$\frac{\partial Y}{\partial E} = P_E$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho}\left(K^{\rho}+(BE)^{\rho}\right)^{(1/\rho)-1} B^{\rho}\rho E^{\rho-1} &= P_E \\
\left(K^{\rho}+(BE)^{\rho}\right)^{(1/\rho)-1} B^{\rho} E^{\rho-1} &= P_E \\
\left(K^{\rho}+(BE)^{\rho}\right)^{(1/\rho)-1} B^{\rho} E^{\rho} &= P_E E \\
\frac{\left(K^{\rho}+(BE)^{\rho}\right)^{(1/\rho)-1} B^{\rho} E^{\rho}}{Y} &= \frac{P_E E}{Y} = v_E \\
\frac{\left(K^{\rho}+(BE)^{\rho}\right)^{(1/\rho)-1} B^{\rho} E^{\rho}}{\left(K^{\rho}+(BE)^{\rho}\right)^{1/\rho}} &= v_E \\
\frac{B^{\rho} E^{\rho}}{\left(K^{\rho}+(BE)^{\rho}\right)} &= v_E
\end{aligned}$$

$$v_E = \left(\frac{BE}{Y}\right)^{\rho}$$

- Kan $v_E$ falde over tid?

- Well,
  - a) $E/Y$ falder over tid (faktum)
  - b) $\rho < 0$
    - Indebærer lille substitutionselasticitet (realistisk) og medfører, at $E$ er *nødvendig* i produktionen (hvilket ikke er tilfældet for $0 < \rho < 1$)
- a) + b) => $v_E$ stiger over tid (da $\rho < 0$)
- Derfor kræves, c) $B$ vokser *tilstrækkeligt*, for at $v_E$ falder over tid
- Summasummarum: Selvom $E$ udtømmes, vil tilpas høj vækst i $B$ — energi-specifikke tekniske fremskridt — betyde, at $E$ *i økonomisk forstand ikke bliver mere knap*! Faldende $v_E$ er konsistent med faldende $P_E/w$
- Data for USA viser $E/Y$ fald på ca. 1.4% pr. år fra 1949-99. Dvs. $B$ skal vokse med mere for at forklaringen holder vand. Ikke helt urealistisk.
- Dvs.
  - Faldende $v_E$ kan modelleres tilfredstillende med en CES produktionsfunktion
  - Faldende $v_E$ betyder at Nordhaus' beregninger af vækstabet er en "øvre grænse". Reelt er tabet muligvis mindre

- Tag ad notam, at Weitzman har påvist analogi mellem det før beskrevne $\tau$ og $v_E$ og finder det (for verden) i størrelsesordnen 2% - noget lavere end Nordhaus' 7%.

- Summa vedrørende den kvantitative effekt af naturlige ressourcer for økonomisk vækst:
  - Med konstante faktorindkomstandele: Malthusianere har ikke ret (væksttabet nedfører ikke negativ pr. capita vækst), men Nordhaus finder dog et vist indkomsttab
  - Med faldende faktorindkomstandele (som empiri tyder på), synes tabet dog mindre
  - Så brug af naturlige, ikke-fornybare ressourcer er *ikke* nødvendigvis en bremse for vækst

...der er trods alt håb for fremtiden

...(omend man jo ikke kan vide, om "$B$" bliver ved med at vokse tilstrækkeligt — det er som bekendt svært at spå om fremtiden)

**Appendix om CES produktionsfunktionens konstante substitutionselasticitet**

Vi har produktionsfunktionen

$$Y = \left(K^{\rho} + (BE)^{\rho}\right)^{1/\rho}, \quad \rho < 1.$$

Ved profitmaksinering under fuldkommen konkurrence løses

$$\max_{K,E} Y - rK - P_E E.$$

De relevante førsteordenbetingelser er

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho}\left(K^{\rho} + (BE)^{\rho}\right)^{(1/\rho)-1} \rho K^{\rho-1} &= r, \\ \frac{1}{\rho}\left(K^{\rho} + (BE)^{\rho}\right)^{(1/\rho)-1} B^{\rho}\rho E^{\rho-1} &= P_E. \end{aligned}$$

Disse kombineres til

$$B^{-\rho}\left(\frac{K}{E}\right)^{\rho-1} = \frac{r}{P_E},$$

og dermed findes den relative faktorefterspørgsel som

$$\frac{K}{E} = B^{\frac{\rho}{\rho-1}}\left(\frac{r}{P_E}\right)^{-\frac{1}{1-\rho}},$$

eller

$$\frac{K}{E} = B^{\frac{\rho}{\rho-1}}\left(\frac{r}{P_E}\right)^{-\sigma}, \quad \sigma \equiv \frac{1}{1-\rho}.$$

Substitutionselasticiteten findes dernæst som

$$\begin{aligned} \frac{\partial (K/E)}{\partial (r/P_E)} \frac{r/P_E}{K/E} &= -\sigma B^{\frac{\rho}{\rho-1}}\left(\frac{r}{P_E}\right)^{-\sigma-1} \frac{r/P_E}{K/E} \\ &= -\sigma B^{\frac{\rho}{\rho-1}}\left(\frac{r}{P_E}\right)^{-\sigma} \frac{1}{K/E} \\ &= -\sigma, \end{aligned}$$

hvor man i sidste linie anvender udtrykket for $K/E$. Dvs. substitutionselasticiteten er konstant og lig med $\sigma$. M.a.o., en én procents stigning i den relative pris på fysisk kapital, reducerer den relative efterspørgsel efter fysisk kapital med $\sigma$ procent.