

### OPGAVE III

MAKROØKONOMI 1, EFTERÅR 2003  
MATEMATIK-ØKONOMI

Henrik Jensen  
Københavns Universitets  
Økonomiske Institut

Hjemmeside: [www.econ.ku.dk/personal/henrikj/makro1-E2003/](http://www.econ.ku.dk/personal/henrikj/makro1-E2003/)

#### Solow modellen med human kapital “en gang til”

Betragt følgende model for en lukket økonomi formuleret i kontinuert tid:

$$\begin{aligned} Y(t) &= L(t)^\beta K(t)^\alpha H(t)^\gamma, \\ K(0) &> 0 \text{ givet, } H(0) > 0 \text{ givet, } L(t) = \bar{L}, \quad \forall t, \\ 0 &< \beta < 1, \quad 0 < \alpha < 1, \quad 0 < \gamma < 1, \quad \alpha + \gamma < 1, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\dot{K}(t) = I_K(t) - \delta K(t), \quad \delta > 0, \tag{2}$$

$$\dot{H}(t) = I_H(t) - \delta H(t), \tag{3}$$

$$I_K(t) = s_K Y(t), \quad 0 < s_K < 1, \tag{4}$$

$$I_H(t) = s_H Y(t), \quad 0 < s_H < 1, \quad s_K + s_H \leq 1, \tag{5}$$

hvor  $Y(t)$  er output på tidspunkt  $t$ ,  $K(t)$  er fysisk kapital,  $H(t)$  er human kapital,  $I_K(t)$  er investeringer i fysisk kapital,  $I_H(t)$  er investeringer i human kapital.

1. Beskriv kort modellens relationer.
2. Udled modellens udtryk for udviklingen i fysisk og human kapital (dvs. find udtrykkene for  $\dot{K}(t)$  og  $\dot{H}(t)$  som funktion af modellens parametre og  $K(t)$  og  $H(t)$ ).
3. Analyser grafisk økonomiens dynamik i et  $(H(t), K(t))$ -rum ledsaget af forklaringer (vink: tegn kurverne for hhv.  $\dot{K}(t) = 0$  og  $\dot{H}(t) = 0$ , og beskriv hvad der sker med  $H(t)$  og  $K(t)$  i de tilfælde, hvor  $\dot{K}(t) \neq 0$  og  $\dot{H}(t) \neq 0$ ).

4. Hvis det i stedet for  $L(t) = \bar{L}, \forall t$ , antages

$$\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = n > 0, \quad L(0) > 0 \text{ givet,} \quad (6)$$

samt  $\alpha + \beta + \gamma = 1$ , hvad vil steady-state vækstraten da blive i output? Hvad vil vækstraten blive i output pr. capita?

5. Lad antagelse (6) bortfalde igen. Antag økonomien er i steady state ( $\dot{K}(t) = \dot{H}(t) = 0$ ). Det antages nu, at de økonomiske agents adfærd ændres, således at de "sparer mere op" i human kapital, men samtidig sparer mindre op i fysisk kapital. Beskriv de mulige dynamiske forløb og langsigts-effekter, der efterfølger denne niveauændring i  $s_H$ , der forekommer samtidig med en niveauændring i  $s_K$  (en grafisk analyse er tilstrækkelig). Analysen bør ledsages af intuitive forklaringer.

I resten af opgaven antages det, at  $\gamma = 1 - \alpha$  (og følgelig bortfalder restriktionen  $\alpha + \gamma < 1$ , jf. (1)). Det kan vises, at forholdet mellem  $H(t)$  og  $K(t)$  (dvs.  $H(t)/K(t)$ ) er konstant på langt sigt.

6. Find ovennævnte forhold, og udled økonomiens langsigtede balancerede vækstrate for output. Hvordan adskiller denne sig fra den under spm. 4 fundne? Hvorfor? Diskuter også hvorledes vækstraten afhænger af modellens parametre.
7. Det antages nu, at regeringen gennem den økonomiske politik kan påvirke opsparingsraterne  $s_H$  og  $s_K$  direkte. Antag ydermere, at det offentlige målsætning er at maksimere økonomiens langsigtede vækstrate. Find den kombination af  $s_H$  og  $s_K$ , der maksimerer denne vækstrate. Forklar resultatet grundigt.
8. Diskuter og begrund, hvorvidt en konstant balanceret vækstrate i BNP pr. capita eksisterer, hvis antagelse (6) indføres igen.