

OPGAVE II

MAKROØKONOMI 1, EFTERÅR 2003
MATEMATIK-ØKONOMI

Henrik Jensen
Københavns Universitets
Økonomiske Institut

Hjemmeside: www.econ.ku.dk/personal/henrikj/makro1-E2003/

Offentligt forbrug i Solow modellen

Betragt en økonomi i kontinuert tid, hvor produktion, $Y(t)$, kan anvendes til privat forbrug, $C(t)$, offentligt forbrug, $G(t)$, eller private investeringer $I(t)$, dvs. $Y(t) = C(t) + I(t) + G(t)$. Offentligt forbrug finansieres ved skattebetalinger, og den offentlige sektor balancerer på ethvert tidspunkt dets budget:

$$G(t) = T(t), \quad (1)$$

hvor $T(t) > 0$ er skattebetalinger. Det antages, at offentlig forbrug pr. capita holdes konstant, dvs. $G(t)/L(t)$ er konstant; $L(t)$ angiver befolkningen. Forbrugerne antages at anvende en konstant andel, $0 < s < 1$, af deres disponible indkomst til opsparing, $S(t)$, dvs.:

$$S(t) = s[Y(t) - T(t)]. \quad (2)$$

Det antages, at $Y(t) > T(t)$ altid gælder. Produktion foretages gennem den sædvanlige Cobb-Douglas form:

$$Y(t) = K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (3)$$

hvor $K(t)$ er kapitalapparatet. Arbejdsstyrken (befolkningen) vokser med raten $n > 0$.

Definitivt havs følgende udtryk for akkumulation af kapital:

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t), \quad (4)$$

hvor $\delta > 0$ er afskrivningsraten.

- (i) Find modellens differentialligning for $k(t) = K(t)/L(t)$. Dvs. find $\dot{k}(t)$ som en funktion af $k(t)$, $G(t)/L(t)$, og modellens parametre.

- (ii) Vis grafisk, om der eksisterer en steady-state i modellen, dvs. hvor $\dot{k}(t) = 0$. Hvis der gør, er den entydig? Hvis ikke, hvilke(n) steady state er stabil? Forklar intuitivt hvad der sker. Er denne steady-state associeret med balanceret vækst, dvs. vokser eksempelvis det private forbrug pr. capita med samme rate som kapital pr. capita?
- (iii) Antag nu, at økonomien befinder sig i en stabil steady state, og de offentlige udgifter pr. capita stiger. Hvad sker der med produktion, forbrug og investeringer på kort sigt (dvs. ved tidspunktet for stigningen)? Hvad sker der med samme variable på lang sigt (dvs. i den nye steady state; NB: Det antages, at der stadig eksisterer en sådan!)?

Antag nu, at skattebetalinger — og dermed offentligt forbrug — ikke nødvendigvis er konstant pr. capita, men designet, således at offentligt forbrug udgør en konstant andel af produktionen. Med andre ord, offentlige udgifter finansieres gennem:

$$G(t) = T(t) = \tau Y(t), \quad (5)$$

hvor $0 < \tau < 1$ er en skatteparameter.

- (iv) Find i dette tilfælde modellens differentiaalligning for $k(t) = K(t)/L(t)$. Dvs. find $\dot{k}(t)$ som en funktion af $k(t)$, og modellens parametre, herunder skattesatsen.
- (v) Vis grafisk, om der eksisterer en steady-state i modellen, dvs. hvor $\dot{k}(t) = 0$. Hvis der gør, er den entydig? Hvis ikke, hvilke(n) steady state er stabil? Forklar intuitivt hvad der sker, og hvorfor der (evt.) er en forskel i forhold til resultaterne fundet under (ii). Er denne steady-state karakteriseret ved balanceret vækst?
- (vi) Antag nu, at økonomien befinder sig i en stabil steady-state, og at de offentlige udgifters andel af produktionen stiger, dvs. skattesatsen τ forhøjes. Hvad sker der med produktion, forbrug og investeringer på kort sigt (dvs. ved tidspunktet for stigningen)? Hvad sker der med samme variable på langt sigt?