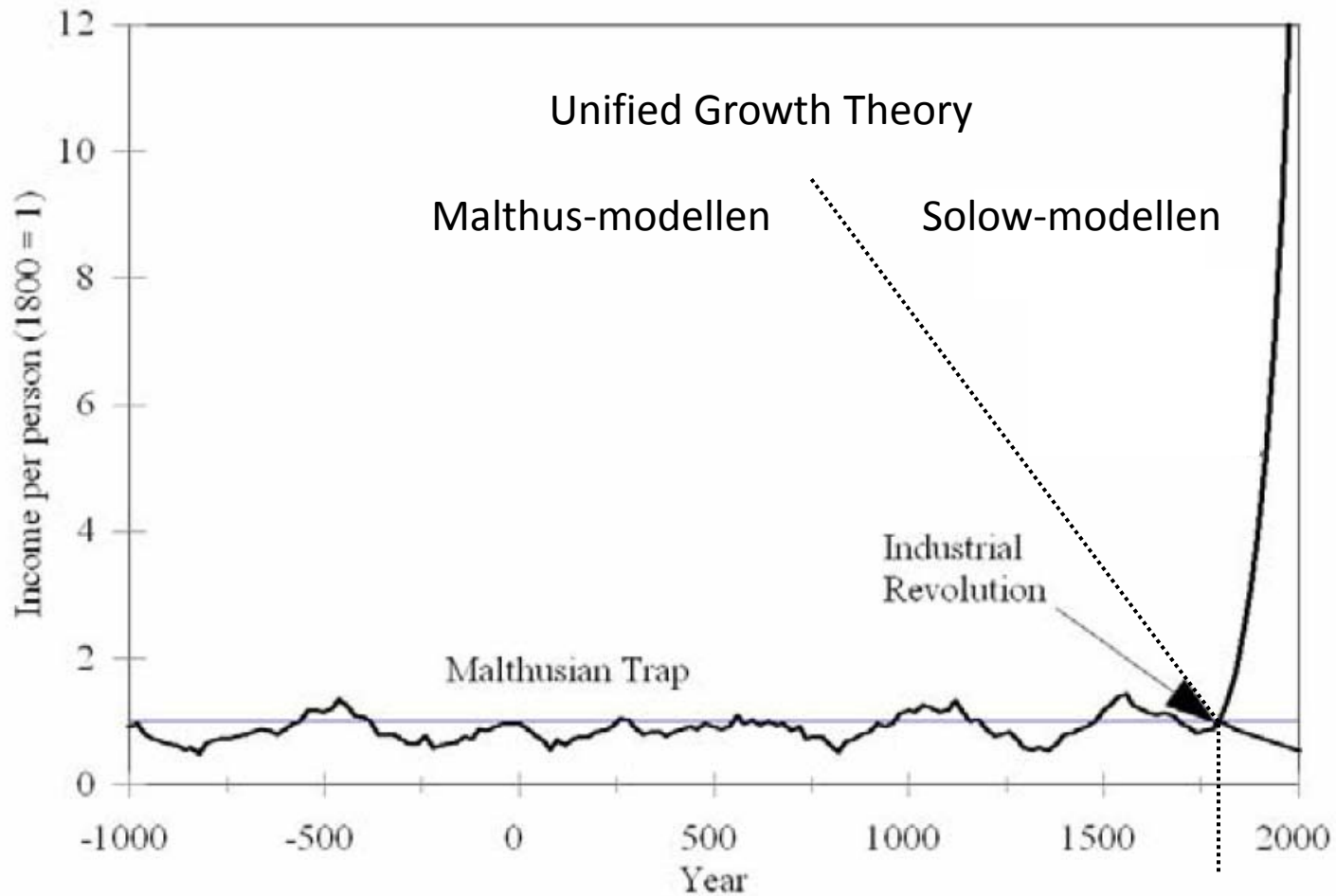


# Unified Growth Theory

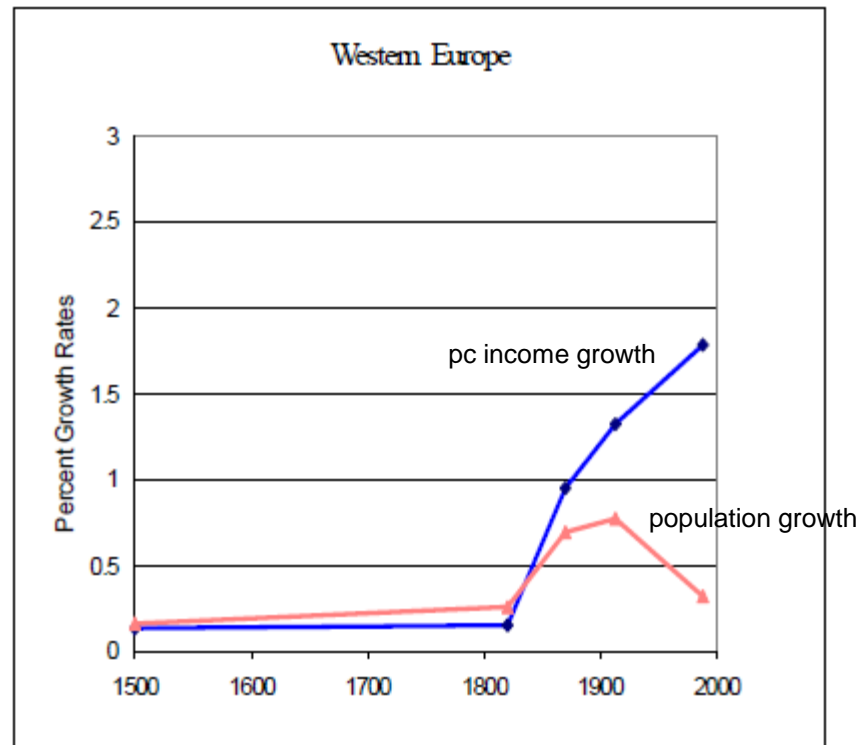
Forelæsningsnoter  
Efteråret 2009

Web: [www.econ.ku.dk/okojwe/ugt.htm](http://www.econ.ku.dk/okojwe/ugt.htm)

# Stiliseret billede



# Stiliseret billede (Galor 2005)



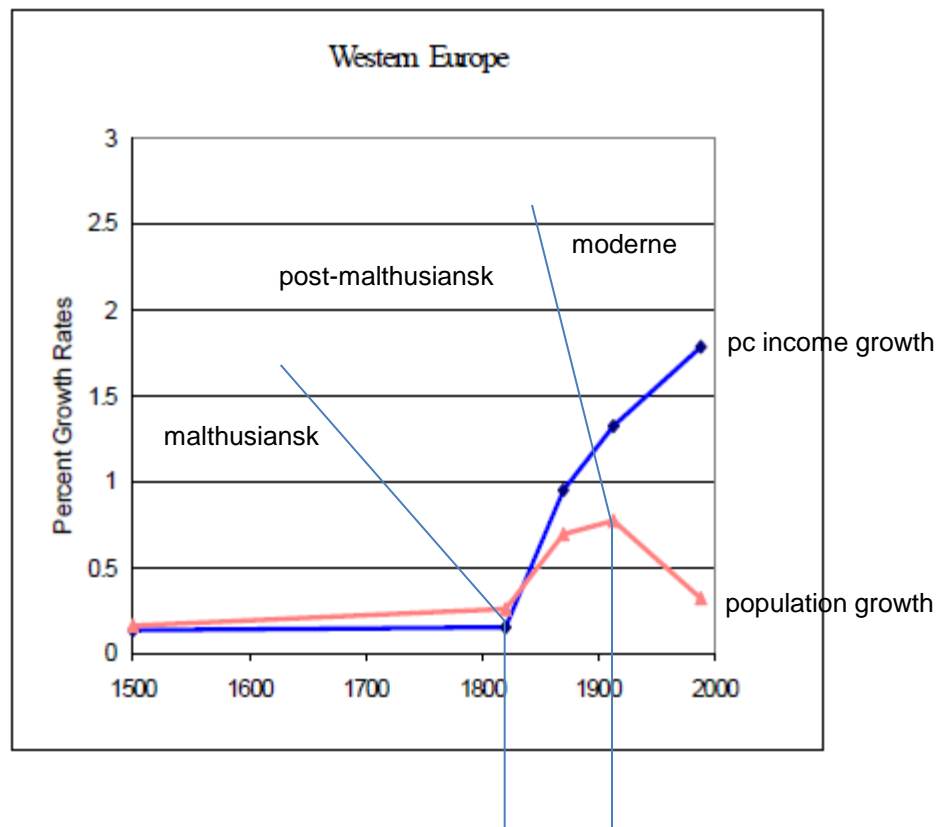
# Unified Growth Theory (UGT)

- Fra Malthus til Solow  
(Hansen and Prescott AER 2002)
- Den grundlæggende model (Galor 2005)
- Identisk med Galor and Weil (AER 2000)

# Unified Growth Theory (UGT)

- Interaktion mellem *befolkning*, *teknologi* og *indkomst per capita* over lang tidshorisont
- Udviklingsforløb ifølge UGT:
  - Fra malthusiansk 'ligevægt'
  - Over 'post-malthusiansk' take-off fase
  - Til 'modern' vækst fase

# Indkomst og befolkning



# De tre faser/regimer

- Malthusiansk fase (endogen dynamik):

Beskedne teknologiske fremskridt

1) højere indkomst => flere børn

2) større befolkning => flere teknologiske fremskridt

1) højere indkomst => flere børn

2) større befolkning => mere ny teknologi etc.

MEN: forbrug på subsistensniveau = 'malthusiansk LV'

# De tre faser/regimer

- Post-malthusiansk fase:
  - 3) Teknologisk fremgang tilstrækkelig hurtig  
=> behov for uddannelse (human kapital)
  - 4) Uddannelse => dyrere børn => færre børn
- Nu modsatrettede effekter af ny teknologi:
  - 1) + 2) Ny teknologi => højere indkomst => flere børn
  - 3) + 4) Ny teknologi => mere uddannelse => færre børn
- I post-malthusiansk fase:
  - 1)+2) dominerer 3)+4): indkomst op => flere børn

# De tre faser/regimer

- Modern vækst fase:

Ny teknologi => mere uddannelse => mere ny teknologi  
(befolkningsvækst ikke nødvendigt for ny teknologi)

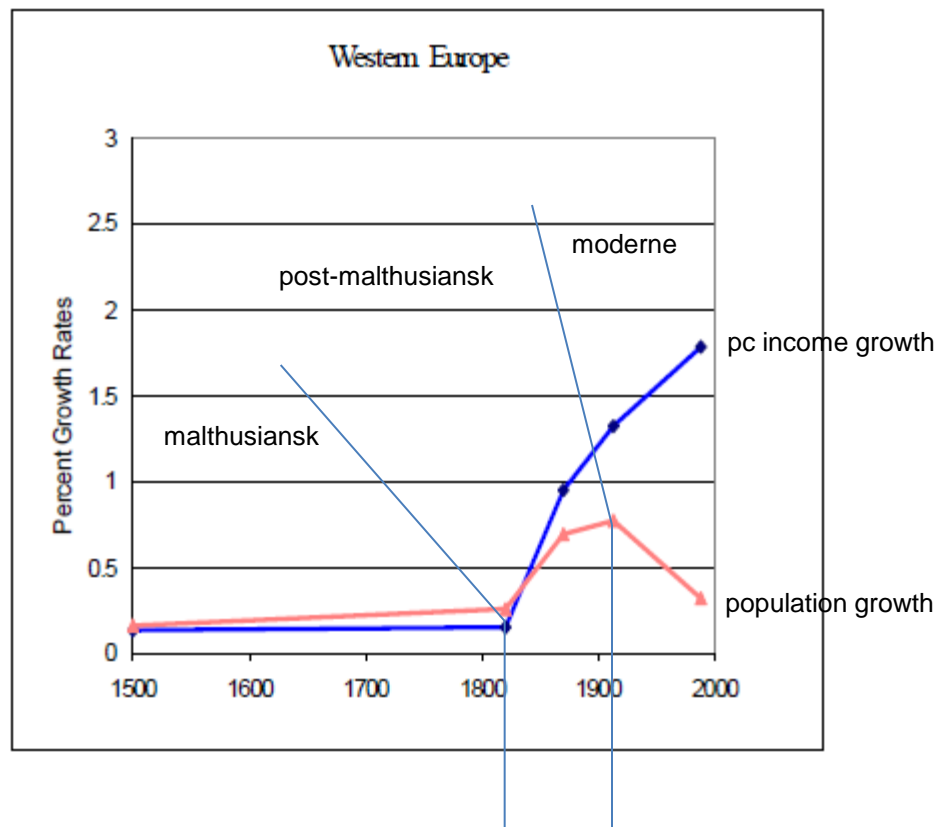
1)+2) Højere indkomst => flere børn

3)+4) Dyrere børn => prisen på børn stiger => færre børn

I moderne vækst fase:

- 1)+2) domineres af 3)+4) = demografisk transition
- Højere indkomst, men færre børn!

# Indkomst og befolkning



# Modellen i detaljer

- Produktion af output
- Preferencer
- Produktion af humankapital
- Nyttemaximering/efterspørgselsfunktioner
- Teknologisk fremgang
- Befolkningsdynamik

# Produktion af output

- Konstant skalaafkast af
  - effektiv arbejdskraft  $H=hL$
  - effektiv ressourcer  $AX$

Bemærk: ingen fysisk kapital som hos Solow!

$$Y_t = H_t^\alpha (A_t X)^{1-\alpha}$$

- Output per capita:

$$y_t = h_t^\alpha x_t^{1-\alpha}$$

# Produktion af output

- Aflønningsraten:
  - ingen ejendomsret over jord (absurd antagelse!)
  - al produktion tilfalder arbejderne
  - aflønning per enhed humankapital:

$$w_t = (x_t/h_t)^{1-\alpha}$$

hvor  $x=AX/L$  og  $h=H/L$

- aflønning per arbejder:  $wh = (AX/L)^{1-\alpha}h^\alpha$ .

# Overlappende generationsmodel

- To perioder:
  - barndom
  - voksenliv (forældre)
- Forældre fordeler én enhed tid mellem arbejde og opfostring af børn
- Børn bruger af forældrenes tid, men er ikke arbejdsmæssigt produktive

# Tidsforbrug på børn

- Kræver  $\tau > 0$  af opfostre barn uden uddannelse
- Kræver  $e_{t+1}$  tidsenheder at udryste barnet med  $e_{t+1}$  enheder 'uddannelse'
- Samlet tidsforbrug per barn:  $\tau + e_{t+1}$

# Produktion af humankapital

- Afkommets humankapital:
  - øges med mere uddannelse (højere  $e_{t+1}$ )
  - sænkes (eroderes) ved teknologisk fremgang

$$h_{t+1} = h(e_{t+1}, g_{t+1})$$

hvor  $g_{t+1} \equiv (A_{t+1} - A_t)/A_t$ .

- Jo mere humankapital per barn, jo mere tid kræver hvert barn, jo 'dyrere' er barnet

# Præferencer

- Nytte af børn og deres 'kvalitet' samt forbrug
- Cobb-Douglas\*) nyttefunktion:

$$u^t = (c_t)^{1-\gamma} (n_t h_{t+1})^\gamma \quad \gamma \in (0, 1)$$

- Budgetbetingelse:

$$w_t h_t n_t (\tau + e_{t+1}) + c_t \leq w_t h_t \equiv z_t.$$

- Mindsteforbrug for forældre:  $\tilde{c} > 0$

\*) Ikke-uskyldig antagelse – se senere!

# Nyttmaksimering

- 'Child quantity-quality trade-off':

$$\{n_t, e_{t+1}\} = \operatorname{argmax}\{w_t h_t [1 - n_t(\tau + e_{t+1})]\}^{1-\gamma} \{(n_t h(e_{t+1}, g_{t+1}))\}^\gamma$$

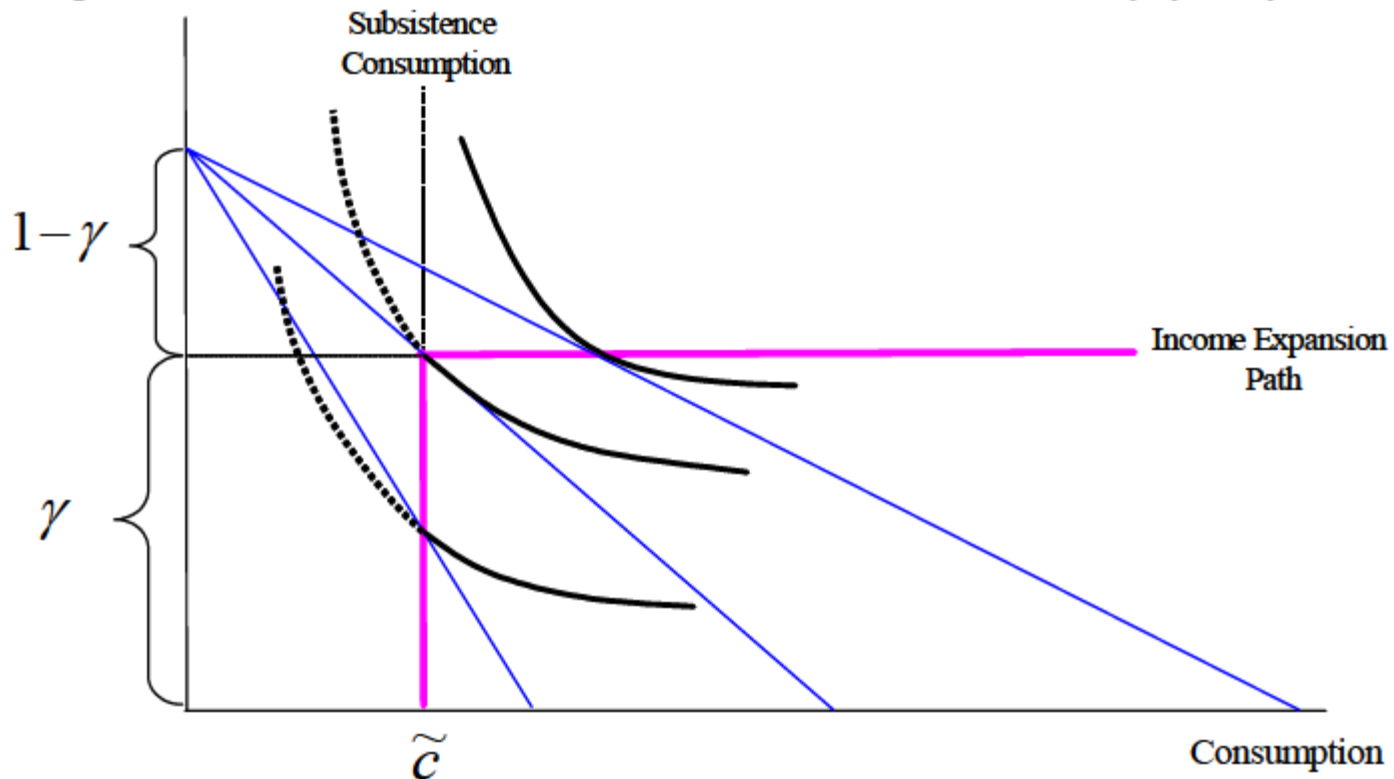
$$\begin{aligned} w_t h_t [1 - n_t(\tau + e_{t+1})] &\geq \tilde{c}; \\ (n_t, e_{t+1}) &\geq 0. \end{aligned}$$

# Efterspørgsel

- Hjørneløsning:  $n_t[\tau + e_{t+1}] = \begin{cases} \gamma & \text{if } z_t \geq \tilde{z} \\ 1 - [\tilde{c}/w_t h_t] & \text{if } z_t \leq \tilde{z}. \end{cases}$

Time Devoted to Raising Children

$w_t h_t \equiv z_t.$



# Efterspørgsel

$$n_t[\tau + e_{t+1}] = \begin{cases} \gamma & \text{if } z_t \geq \tilde{z} \\ 1 - [\tilde{c}/w_t h_t] & \text{if } z_t \leq \tilde{z}. \end{cases}$$

- Child quantity-quality trade-off:  
Mere uddannelse  $\Leftrightarrow$  færre børn (vise versa)
- Er denne antagelse empirisk rigtig?

# QQ trade-off i England?

- Cambridge Group's Family Reconstitution (Wrigley and Schofield)
- Data fra 26 sogn spredt i England
- Dækker årene 1580 til 1837
- Demografisk information på familieniveau

# Engelske sogne



FIGURE 1. Locations of the 26 family reconstitution parishes (see Table 1).

# QQ trade-off i England?

- Persondata:

Alder, køn, #barn, #søskende ('quantity')

- Bryllupsinformation:

Kryds eller underskrift = literate ('quality')

samt erhverv = socialklasse

- Erhvervsopdeling af sogn:

Landbrug, industri, håndværk, blandet

# QQ trade-off i England?

- History Of Work Information System:
  - <http://historyofwork.iisg.nl/>
  - Mange tusind erhverv fra hele Europa
  - Dækker det 16. til 20. århundrede
  - Inddeler alle erhverv i 12 socialklasser

<occupation>

farmer

<code>

90101

<class>

10

Table 1. *Dimensions of social class in HISCLASS*

| Manual/<br>non-manual | Skill              | Supervision        | Sector                               | Class labels  | Number   |  |
|-----------------------|--------------------|--------------------|--------------------------------------|---|----------|--|
| Non-<br>manual        | higher-<br>skilled | yes                | other                                | Higher managers   | 1        |  |
|                       |                    | no                 | primary<br>other                     | Higher professionals                                    | 2        |  |
|                       | medium-<br>skilled | yes                | primary<br>other                     | Lower managers  | 3        |  |
|                       |                    | no                 | primary<br>other                     | Lower professionals,<br>clerical and sales<br>personnel | 4        |  |
|                       | lower-<br>skilled  | yes                | primary<br>other                     |   |          |  |
|                       |                    | no                 | primary<br>other                     | Lower clerical and<br>sales personnel                   | 5        |  |
|                       | unskilled          | yes                | primary<br>other                     |   |          |  |
|                       |                    | no                 | primary<br>other<br>primary          |   |          |  |
|                       | Manual             | higher-<br>skilled | yes                                  | other   |          |  |
|                       |                    |                    | no                                   | primary<br>other  |          |  |
| medium-<br>skilled    |                    | yes                | primary<br>other                     | Foremen   | 6        |  |
|                       |                    | no                 | primary<br>other                     | Medium-skilled<br>workers                               | 7        |  |
| lower-<br>skilled     |                    | yes                | primary                              | Farmers and<br>fishermen                                | 8        |  |
|                       |                    | no                 | primary<br>other                     | Lower-skilled<br>workers                                | 9        |  |
| unskilled             |                    | yes                | primary                              | Lower-skilled<br>farm workers                           | 10       |  |
|                       |                    | no                 | other<br>primary<br>other<br>primary | Unskilled workers<br>Unskilled farm<br>workers          | 11<br>12 |  |

# QQ trade-off i England?

- Metode:  
Logistisk regressionsmodel
- Afhængig variable:  
Sandsynligheden for underskrift
- Forklarende variable:  
#søskende, køn, #barn, social klasse, sogn

[regression table here]

# Tilbage til modellen

- Teknologisk udvikling og uddannelse:
  - moderat teknologisk fremgang eroderer ikke barnets humankapital
  - uddannelse kun nødvendig, når vækstraten for ny teknologi overskrider en vis grænse:

$$e_{t+1} = e(g_{t+1}) \begin{cases} = 0 & \text{if } g_{t+1} \leq \hat{g} \\ > 0 & \text{if } g_{t+1} > \hat{g} \end{cases}$$

# Efterspørgsel

- Implikation for fertilitet:
  - vokser med indkomst for små indkomster
  - aftager ved hurtige teknologiske fremskridt

$$n_t = \begin{cases} \frac{\gamma}{\tau + e(g_{t+1})} \equiv n^b(g_{t+1}) & \text{if } z_t \geq \tilde{z} \\ \frac{1 - [\tilde{c}/z_t]}{\tau + e(g_{t+1})} \equiv n^a(g_{t+1}, z(e_t, g_t, x_t)) & \text{if } z_t \leq \tilde{z}. \end{cases}$$

# Fremkomsten af ny teknologi

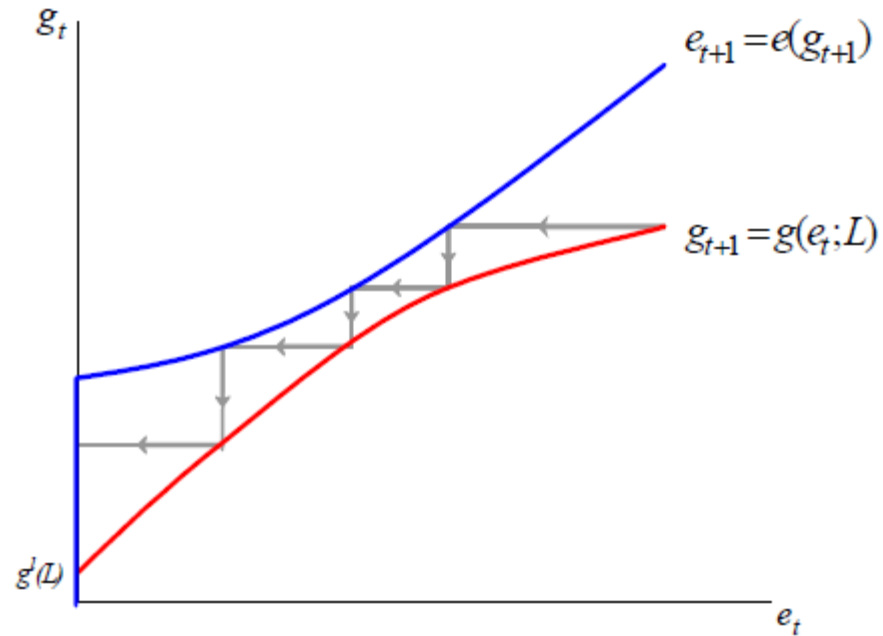
- To bidrag til teknologiske fremskridt:
  - uddannelsesniveaue (e<sub>t</sub>)
  - Befolkningens størrelse (L<sub>t</sub>)

$$g_{t+1} \equiv \frac{A_{t+1} - A_t}{A_t} = g(e_t, L_t)$$

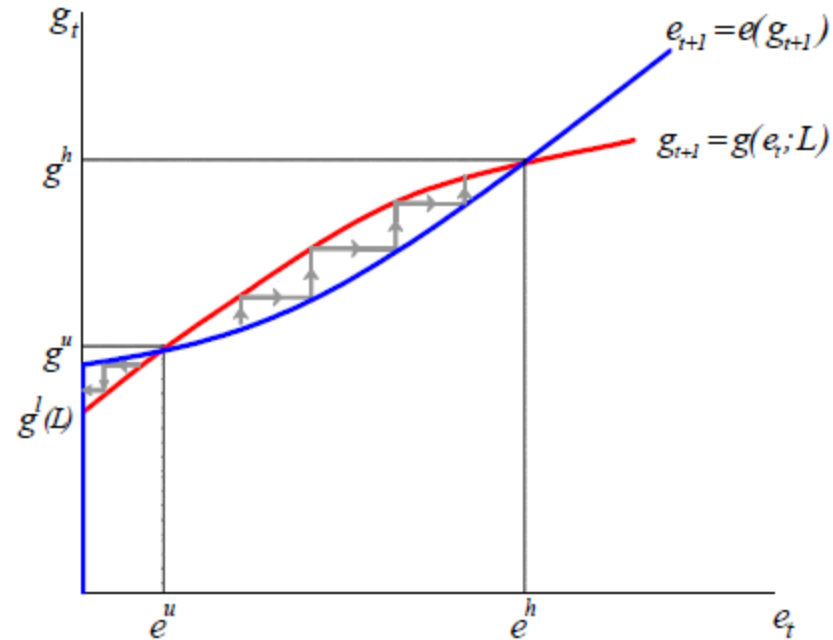
hvor

$$L_{t+1} = \begin{cases} n^b(g_{t+1})L_t & \text{if } z_t \geq \tilde{z} \\ n^a(g_{t+1}, z(e_t, g_t, x_t))L_t & \text{if } z_t \leq \tilde{z}. \end{cases}$$

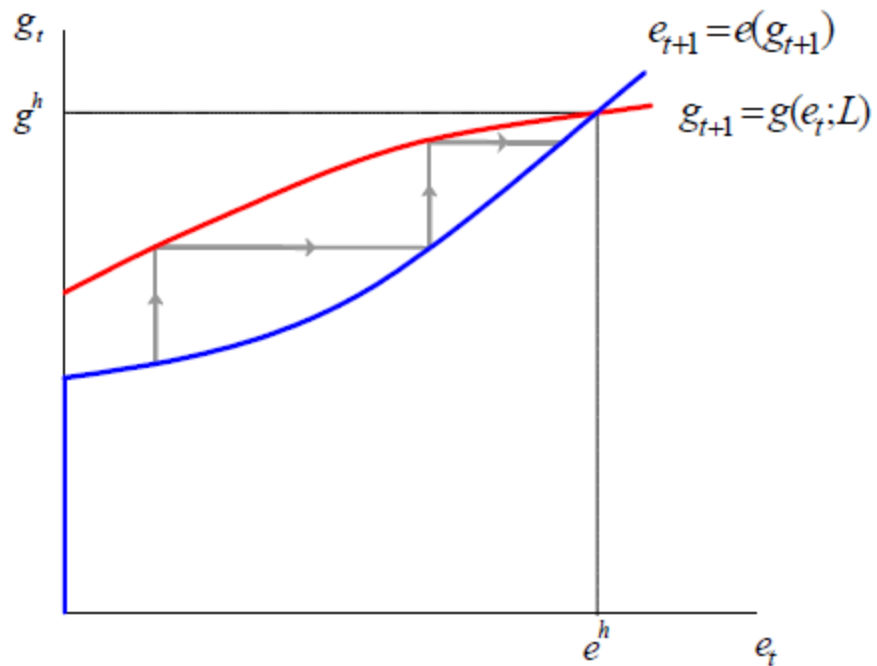
# Dynamik – mathusiansk fase



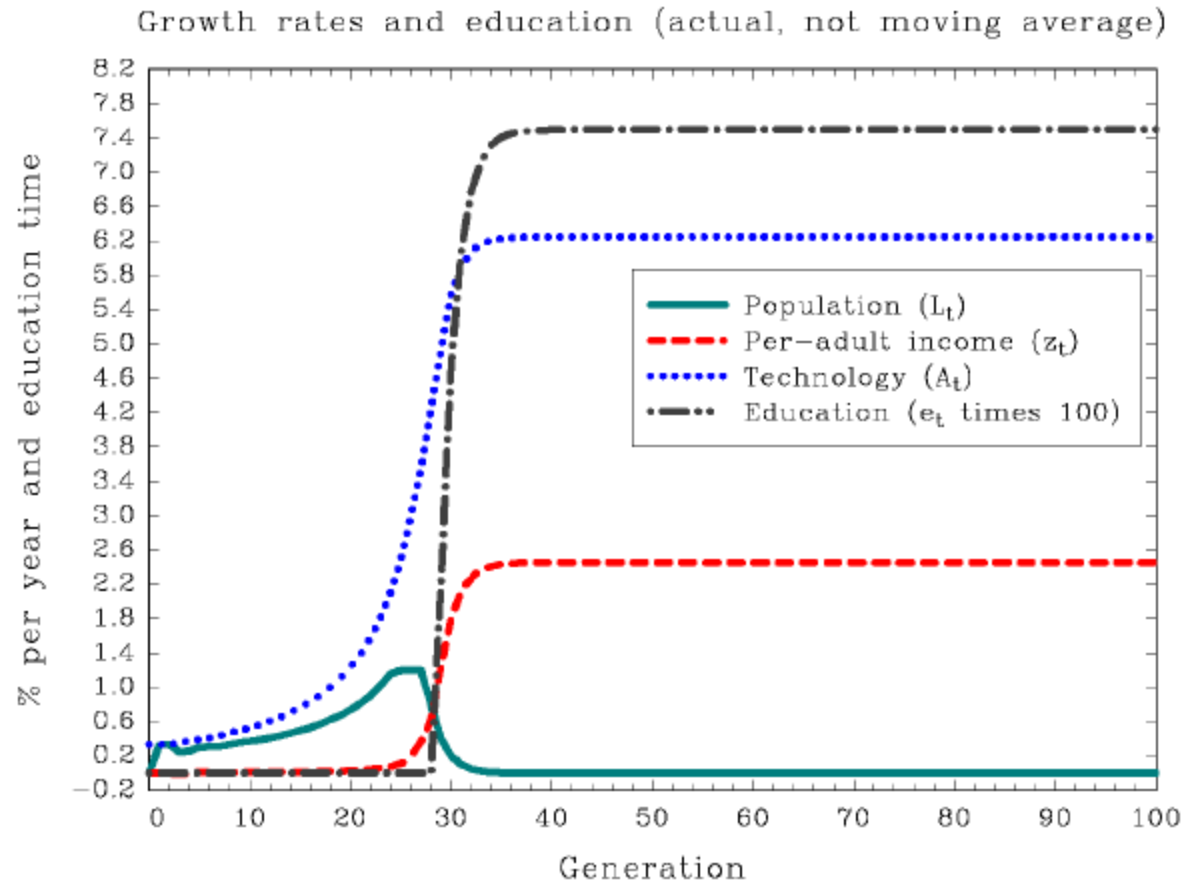
# Dynamik – post-mathusiansk fase



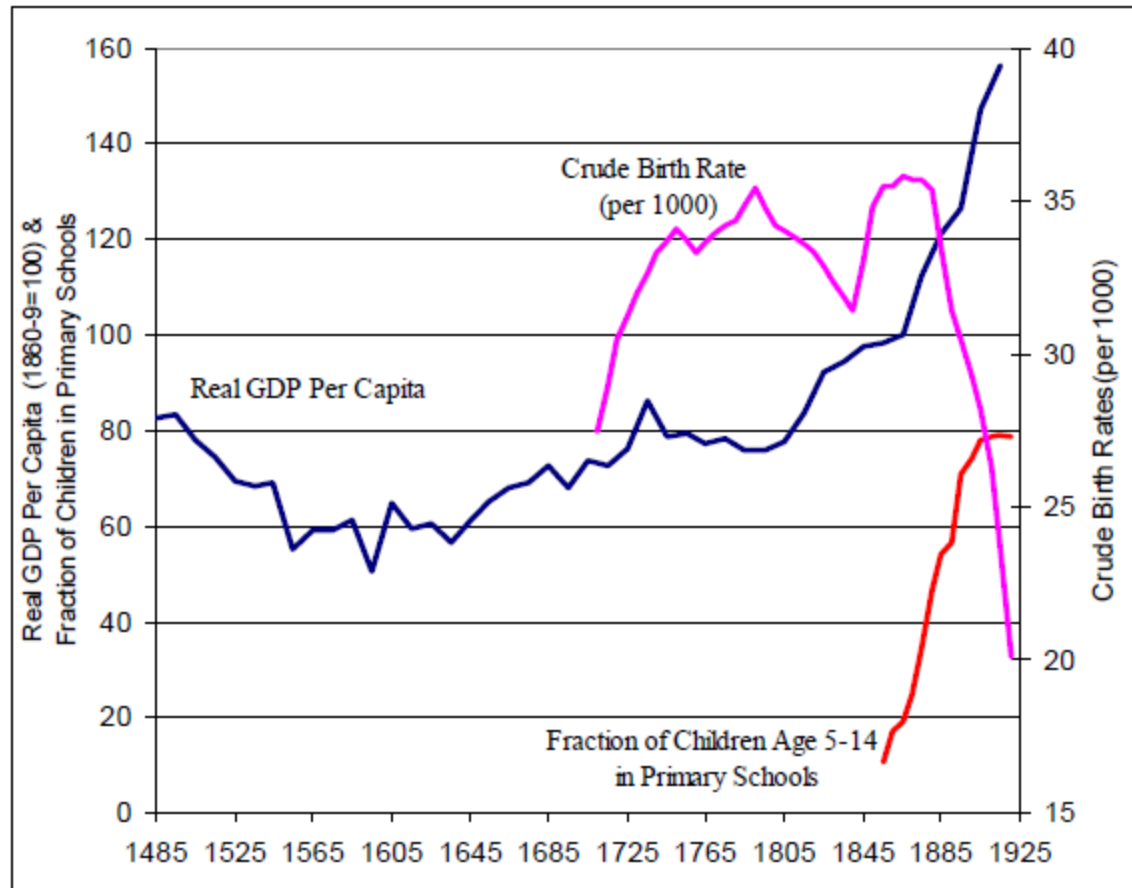
# Dynamik – moderne vækst fase



# Dynamik – Lagerlöf (RED 2006)

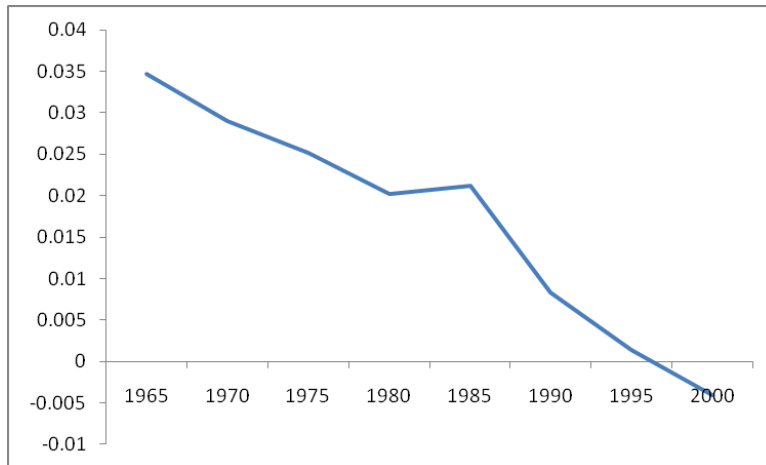


# Evidence: England

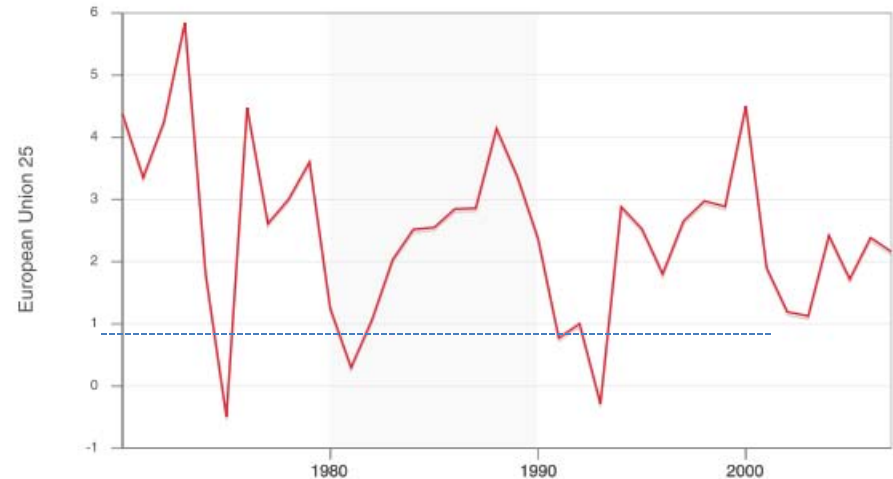


# Problematik – modstrid med data

- Model: "stagnation i moderne vækst fase"  
Økonomisk vækst kræver befolkningsvækst



Befolkningsvækst i Europa



Økonomisk vækst i Europa

# Problematik – mortality?

- Uklart, hvad der sker med dødelighedsraten (Lagerlof IER 2005; Weisdorf JoPe 2004)

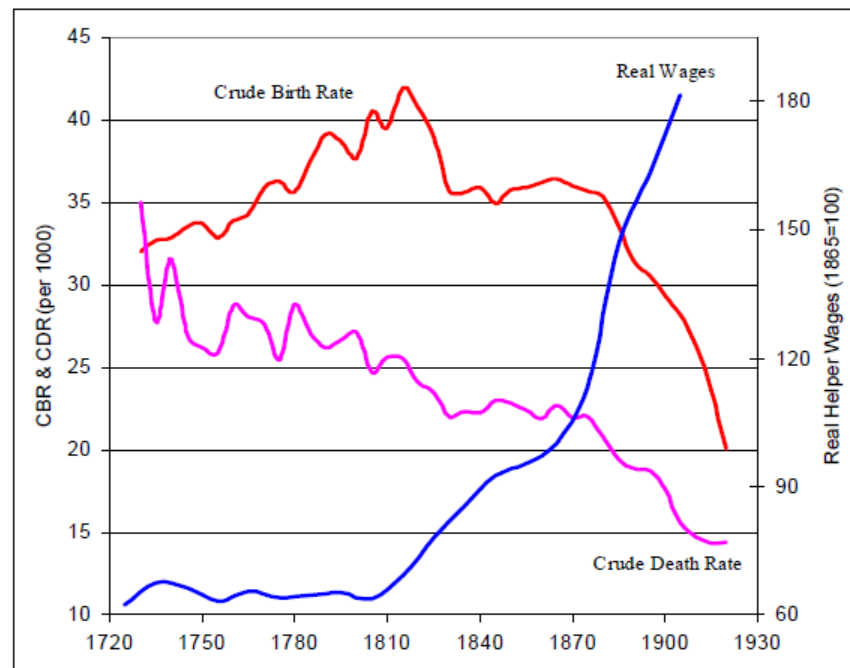


Figure 3.1. Fertility, Mortality and Real Wages, England 1730-1920  
Source: Wrigley and Schofield (1981), Clark (2002), and Andorka (1978)

# Problematik (Clark JEEA 2005)

- Vækst i humankapital ikke demand-driven

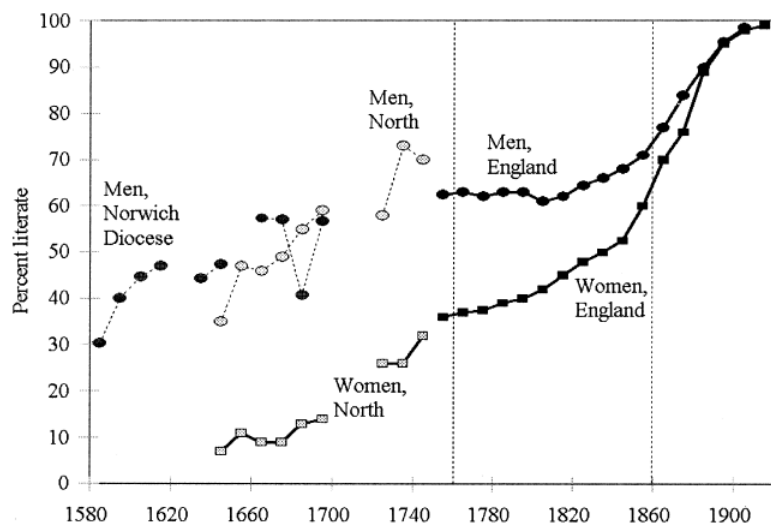


FIGURE 2. Literacy in England, 1580–1920. Source: See Clark (2004).

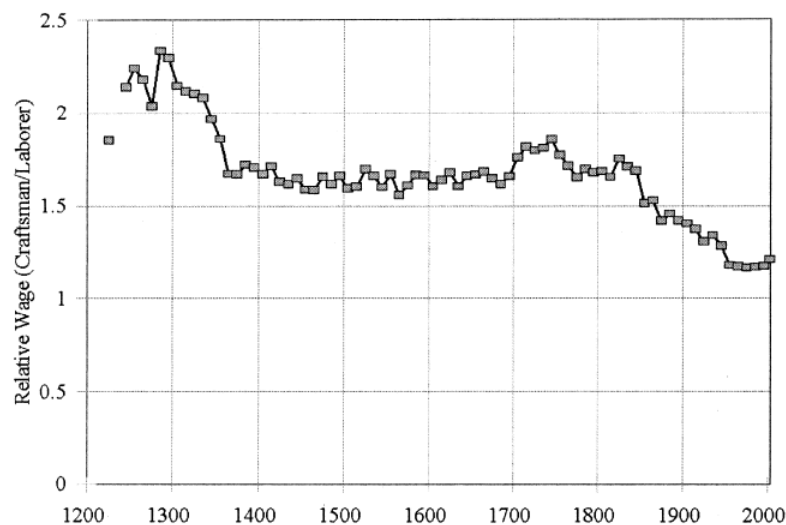


FIGURE 6. The skill premium for building workers. Source: Clark (2004).

- Alternative: survival of the richest!
  - Clark (JEH 2006) and Galor and Moav (QJE 2002)

# Andre årsager til fertilitetsfald?

- Cobb-Douglas nyttefunktionen udelukker forhold, som kan være af betydning
- Strulik and Weisdorf (JEG 2008)  
Benyt quasi-linear præferencer
- Guzman and Weisdorf (WP 2009)  
Benyt CES præferencer

# Landbrug og industri

- To sektorer: landbrug og industri
- Ligevægt på arbejdsmarkedet:

$$w_t \equiv w_t^M = p_t w_t^A \quad \Leftrightarrow \quad p_t = \frac{w_t^M}{w_t^A}$$

- $p$  er landbrugets bytteforhold:  
Jo højere  $p$ , jo mere koster fødevare

# Lønninger

- Arbejdernes løn vokser med deres produktivitet
- Produktivitet i landbrug:  $A$
- Produktivitet i industri:  $M$
- Aflønning:
  - $w^M = w^M(M)$
  - $w^A = w^A(A)$

# Budgetbetingelsen

- Forældre nytte af børn og industrivarer
- Børn brødfødes med landbrugsvarer
- Prisen på industrivarer normeret til 1
- Budgetbetingelse:

$$w_t = p_t n_t + m_t$$

hvor  $p$  er prisen på mad målt i industrivarer

# Cobb-Douglas vs. quasi-linear

- Cobb-Douglas  $u(n, m) = \gamma \ln n_t + (1 - \gamma) \ln m_t$

- Efterspørgsel  $n_t = \gamma \frac{w_t}{p_t} \equiv \gamma \frac{w_t^M}{p_t} = \gamma \frac{p_t w_t^A}{p_t} = \gamma w_t^A (A)$

- Quasi-linear  $u(n, m) = \gamma \ln n_t + m_t$

- Efterspørgsel  $n_t = \gamma \frac{1}{p_t} = \gamma \frac{w_t^A}{w_t^M} = \gamma \frac{w_t^A (A)}{w_t^M (M)}$

# Cobb-Douglas vs. quasi-linear

- Krydspris-elasticitet nul med Cobb-Douglas
- Ændringer i prisen på forbrugsvarer ingen indflydelse på efterspørgslen efter børn
- Quasi-lineare præferencer et særtilfælde (ligesom Cobb-Douglas)
- Resultaterne kan generaliseres med CES

# Opsummering

- Unified Growth Theory:
  - styrker?
  - svagheder?