

Tag-Med-Hjem-Eksamen
Makroøkonomi, 2. Årsprøve
Efterårssemestret 2004

Udleveres onsdag den 5. januar, 2005, kl. 10.00.

Aflleveres fredag den 7. januar, 2005, senest kl. 11.00 på

Eksamenskontoret, St. Kanikkestræde 13, 1. sal.

Denne eksamen består af Opgave 1.

Opgave 1. Udviklingsperspektiver for en lille, relativt fattig økonomi ved at liberalisere kapitalbevægelserne.

Der betragtes en lille indenlandsk økonomi, ofte kaldet Indlandet, som er en del af verdensøkonomien, ofte kaldet Verden. Sidstnævnte betragtes som domineret af verdens relativt udviklede økonomier.

I såvel Indland som Verden produceres output (BNP) fra inputs af fysisk kapital, humankapital og (rå) arbejdskraft. De tilstedeværende mængder af disse inputs ejes af forbrugerne (arbejderne).

Humankapital (uddannelse) er fuldstændig indlejret i arbejderne, hvorfor humankapitalydelse sælges på arbejdsmarkedet uløseligt forbundet med arbejdsydelse, mens fysisk kapital handles uafhængigt af arbejdskraft. I såvel Indland som Verden antages, at hver arbejder i arbejdsstyrken "indeholder" den samme mængde humankapital.

Verden skal betragtes som en (stor) lukket økonomi, mens Indlandet skal betragtes i to alternative tilfælde, nemlig dels som lukket i forhold til omverdenen, dels som en lille åben økonomi med fuldstændig fri bevægelighed for (traditionel) kapital og varer. Arbejdskraft, og dermed humankapital, antages at være helt immobil og bundet til det område, Indlandet eller Verden, den befinder sig i.

Perspektivet i denne opgave er, hvad en lille og relativt fattig økonomi under plausible antagelser om parametre osv. kan opnå (eller ikke opnå) ved at "åbne kapitalposterne", dvs. ved at liberalisere kapitalbevægelserne. For at analysere konsekvenserne af en overgang fra fuld lukkethed til fuldstændig fri bevægelighed for kapital og varer, skal der i denne opgave betragtes Solow-modeller med humankapital for såvel lukkede som åbne økonomier.

For en lukket økonomi (hvad enten det er Indlandet eller Verden) antages ligningerne (1) til (4) nedenfor at udgøre kernen i den relevante makroøkonomiske langsigtsmodel. Notationen er som kendt fra pensum, hvor Y_t er BNP i periode t , og K_t , H_t og L_t er de aggregerede inputs af henholdsvis fysisk kapital, humankapital og arbejdskraft. Én periode skal opfattes som ét år. Ligning (1) er en aggregeret Cobb-Douglas-produktionsfunktion med eksogene tekniske parametre α og φ , ligningerne (2) og (3) beskriver akkumulationen af henholdsvis fysisk kapital og humankapital og antager givne, eksogene investeringsrater på henholdsvis s_K og s_H (der ses bort fra nedslidning), mens ligning (4) beskriver udviklingen i befolkningen (arbejdsstyrken) med en given, eksogen og strengt positiv vækstrate n .

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\varphi L_t^{1-\alpha-\varphi}, \quad 0 < \alpha, \varphi < 1, \quad \alpha + \varphi < 1 \quad (1)$$

$$K_{t+1} - K_t = s_K Y_t, \quad 0 < s_K < 1 \quad (2)$$

$$H_{t+1} - H_t = s_H Y_t, \quad 0 < s_H < 1 \quad (3)$$

$$L_{t+1} = (1 + n) L_t, \quad n > 0 \quad (4)$$

Der anvendes de sædvanlige definitioner af per capita (arbejder) størrelser: $y_t \equiv Y_t/L_t$, $k_t \equiv K_t/L_t$, $h_t \equiv H_t/L_t$. Ifølge modellen er forbrug per capita: $c_t = (1 - s_K - s_H)y_t$.

Den reale lejesats for kapital, her lig med realrenten, i periode t kaldes r_t , mens reallønnen kaldes w_t . Det antages, at markederne for (ydelse fra) fysisk kapital og arbejdskraft begge er kendetegnet ved fuldkommen konkurrence, at kapital og arbejdskraft i periode t udbydes uelastisk i mængderne K_t og L_t , samt at den repræsentative virksomhed maksimerer profitten.

Spørgsmål 1. Vis at under de ovenfor nævnte antagelser vil r_t og w_t være givne ved:

$$r_t = \alpha \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\alpha-1} \left(\frac{H_t}{L_t} \right)^\varphi \quad (5)$$

$$w_t = (1 - \alpha) \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^\alpha \left(\frac{H_t}{L_t} \right)^\varphi \quad (6)$$

Vis videre at $r_t k_t = \alpha y_t$ og $w_t = (1 - \alpha)y_t$, så kapitalandel, $r_t k_t / y_t$, og lønandel, w_t / y_t , er konstante og lig med henholdsvis α og $1 - \alpha$. Redegør endelig for at med givne initiale værdier, K_0 , H_0 og L_0 , for de tre tilstandsvariable bestemmer den samlede model (1) - (6) den dynamiske udvikling i alle de endogene variable Y_t , K_t , H_t , L_t , r_t og w_t .

Spørgsmål 2. Vis, at modellen for den lukkede økonomi indebærer en bevægelseslov i form af følgende system af to koblede differensligninger i k_t og h_t :

$$k_{t+1} - k_t = \frac{1}{1+n} (s_K k_t^\alpha h_t^\varphi - nk_t) \quad (8)$$

$$h_{t+1} - h_t = \frac{1}{1+n} (s_H k_t^\alpha h_t^\varphi - nh_t) \quad (9)$$

Giv en verbal/intuitiv forklaring af indholdet af hver af (8) og (9).

Spørgsmål 3. Vis at steady state-værdierne for k_t og h_t i henhold til modellen for den lukkede økonomi (dvs. de værdier k^* og h^* for hvilke systemet (8) og (9) indebærer, at k_t og h_t er konstante) er:

$$k^* = \left(\frac{s_K^{1-\varphi} s_H^\varphi}{n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\varphi}} \quad (10)$$

$$h^* = \left(\frac{s_K^\alpha s_H^{1-\alpha}}{n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\varphi}} \quad (11)$$

Vis herefter, at de hertil hørende steady state-værdier for y_t , c_t , r_t og w_t er:

$$y^* = \left(\frac{s_K}{n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \left(\frac{s_H}{n} \right)^{\frac{\varphi}{1-\alpha-\varphi}}, \quad c^* = (1 - s_K - s_H) \left(\frac{s_K}{n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \left(\frac{s_H}{n} \right)^{\frac{\varphi}{1-\alpha-\varphi}} \quad (12)$$

$$r^* = \frac{\alpha n}{s_K}, \quad w^* = (1 - \alpha) \left(\frac{s_K}{n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \left(\frac{s_H}{n} \right)^{\frac{\varphi}{1-\alpha-\varphi}} \quad (13)$$

Beskriv hvilke antagelser om parametrene s_K , s_H og n , der ifølge disse udtryk trækker i retning af at gøre en lukket økonomi relativt velstillet på langt sigt.

Som åben antages den lille indenlandske økonomi at være beskrevet ved modellen bestående af ligningerne (14) - (22) nedenfor. I denne model er Y_t fortsat indenlandsk produktion og indkomst (BNP), mens Y_t^n er samlet (national) indkomst for indlændinge (BNI). Kapital placeret i Indlandet er fortsat K_t , mens V_t er samlet (national) formue ejet af indlændinge, og F_t er Indlandets samlede nettoaktiver på Verden. Den internationale realrente er \bar{r} , som er en given eksogen størrelse for Indlandet. Ellers er notationen ligesom ovenfor, og antagelserne om de eksogene parametre α , φ , s_K , s_H og n er også som anført ovenfor.

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\varphi L_t^{1-\alpha-\varphi} \quad (14)$$

$$V_t = K_t + F_t \quad (15)$$

$$Y_t^n = Y_t + \bar{r}F_t, \quad \bar{r} > 0 \quad (16)$$

$$V_{t+1} - V_t = s_K Y_t^n \quad (18)$$

$$H_{t+1} - H_t = s_H Y_t^n \quad (19)$$

$$L_{t+1} = (1 + n) L_t \quad (20)$$

$$\bar{r} = \alpha \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\alpha-1} \left(\frac{H_t}{L_t} \right)^\varphi \quad (21)$$

$$w_t = (1 - \alpha) \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^\alpha \left(\frac{H_t}{L_t} \right)^\varphi \quad (22)$$

Der anvendes nu yderligere følgende definitioner af per capita (arbejder) størrelser: $y_t^n \equiv Y_t^n/L_t$, $v_t \equiv V_t/L_t$ og $f_t \equiv F_t/L_t$. Det følger denne gang, at forbrug per capita i periode t er $c_t = (1 - s_K - s_H)y_t^n$.

Spørgsmål 4. Beskriv kortfattet hver ligning i modellen for den åbne økonomi, giv dog en lidt mere indgående beskrivelse og fortolkning af ligning (21). Forklar modellens dynamik, dvs. forklar hvordan modellen ud fra givne initiale værdier for de tre tilstandsvariable fastlægger de dynamiske forløb for alle de endogene variable og redegør for de økonomiske mekanismer bag.

Spørgsmål 5. Vis at der i henhold til modellen for den åbne økonomi i hver periode gælder $\bar{r}k_t = \alpha y_t$ og $w_t = (1 - \alpha)y_t$, og dermed $\bar{r}k_t + w_t = y_t$. Vis videre at:

$$y_t^n = w_t + \bar{r}v_t \quad (23)$$

og kommentér indholdet af denne ligning med hensyn til kilderne til nationalindkomst per capita. Vis endelig, at for en given (prædetermineret) værdi for h_t , tilpasses k_t , y_t og w_t indenfor periode t (springvis) til:

$$k_t = \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} h_t^{\frac{\varphi}{1-\alpha}} \quad (24)$$

$$y_t = \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h_t^{\frac{\varphi}{1-\alpha}} \quad (25)$$

$$w_t = (1 - \alpha) \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h_t^{\frac{\varphi}{1-\alpha}} \quad (26)$$

Spørgsmål 6. Vis at modellen for den åbne økonomi indebærer en bevægelseslov i form af følgende system af to koblede differensligninger i v_t og h_t :

$$v_{t+1} - v_t = \frac{1}{1+n} \left(-(n - s_K \bar{r}) v_t + s_K (1 - \alpha) \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h_t^{\frac{\varphi}{1-\alpha}} \right) \quad (27)$$

$$h_{t+1} - h_t = \frac{1}{1+n} \left(s_H \bar{r} v_t - n h_t + s_H (1 - \alpha) \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h_t^{\frac{\varphi}{1-\alpha}} \right) \quad (28)$$

Giv en verbal/intuitiv forklaring af indholdet af hver af (27) og (28). Her og i det følgende er det af betydning, at den indgående faktor $(n - s_K \bar{r})$ er positiv. Argumentér for at under en passende fortolkning af modellen er betingelsen

$$n > s_K \bar{r} \quad (29)$$

empirisk set realistisk.

I alt det følgende vedrørende den åbne økonomi skal (29) antages at være opfyldt.

Spørgsmål 7. Vis at steady state-værdierne for v_t og h_t i den åbne økonomi er:

$$v^* = (1 - \alpha)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\varphi}} s_K s_H^{\frac{\varphi}{1-\alpha-\varphi}} \left(\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \left(\frac{1}{n - s_K \bar{r}}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \quad (30)$$

$$h^* = (1 - \alpha)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\varphi}} s_H^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \left(\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \left(\frac{1}{n - s_K \bar{r}}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \quad (31)$$

Spørgsmål 8. Vis at steady state-værdien for reallønnen w_t i den åbne økonomi er:

$$w^* = (1 - \alpha)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \left(\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\varphi}} \left(\frac{s_H}{n - s_K \bar{r}}\right)^{\frac{\varphi}{1-\alpha-\varphi}} \quad (32)$$

Vis herefter at øvrige steady state-værdier kan udtrykkes ved w^* og parametre som følger:

$$v^* = \frac{s_K}{n - s_K \bar{r}} w^*, \quad h^* = \frac{s_H}{n - s_K \bar{r}} w^* \quad (33)$$

$$y^* = \frac{1}{1 - \alpha} w^* \quad (34)$$

$$y^{n*} = \frac{n}{n - s_K \bar{r}} w^*, \quad c^* = (1 - s_K - s_H) \frac{n}{n - s_K \bar{r}} w^* \quad (35)$$

$$k^* = \frac{\alpha}{\bar{r}} \frac{1}{(1 - \alpha)} w^*, \quad f^* = \frac{1}{1 - \alpha} \frac{s_K}{\bar{r}} \frac{\bar{r} - \frac{\alpha n}{s_K}}{n - s_K \bar{r}} w^* \quad (36)$$

Vis at $f^* > 0$ ($f^* < 0$) netop når $\bar{r} > \alpha n / s_K$ ($\bar{r} < \alpha n / s_K$) og forklar dette resultat intuitivt. Hvilke antagelser om de indenlandske parametre s_K , s_H og n trækker i retning af at gøre den lille åbne økonomi relativt velstillet på langt sigt?

(Bemærk: For at lette notationen er det valgt at udtrykke øvrige steady state-værdier ved w^* . Hvis man i det følgende får brug for steady state-værdier ført tilbage til parametre, kan man blot indsætte værdien for w^* fra (32) i den relevante formel).

I spørgsmål 9 skal følgende specifikation af parametre for den lille åbne økonomi betragtes: $\alpha = \varphi = 1/3$, $s_K = 0,1$, $s_H = 0,05$ og $n = 0,024$. Den internationale realrente antages at være: $\bar{r} = 0,02$

Spørgsmål 9. Med henblik på at undersøge stabilitet af steady state i den lille åbne økonomi skal der konstrueres et fasediagram for det specificerede taleksempel: I et v_t, h_t -diagram skal kurver for henholdsvis $\Delta v_t = 0$ og $\Delta h_t = 0$ indtegnes, hvor $\Delta v_t \equiv v_{t+1} - v_t$ og $\Delta h_t \equiv h_{t+1} - h_t$. Det skal kontrolleres, at kurvernes skæringspunkt er i overensstemmelse med steady state. I hvert af de fire områder, som de to kurver opdeler v_t, h_t -planen i, skal

det med pile angives i hvilken retning kombinationen v_t, h_t bevæger sig med udgangspunkt i det pågældende område.

Fra forskellige selvvalgte startpunkter v_0, h_0 skal der ud fra systemet bestående af (27) og (28) dannes simulerede forløb (v_t, h_t) over et større antal perioder. Simulationsresultaterne skal angives som spor i fasediagrammet udgående fra de respektive startpunkter. Der skal vælges et antal og en variation af startpunkter, så de ligger rimeligt spredt ud over de fire områder i fasediagrammet, og der skal simuleres over tilstrækkeligt mange perioder til, at det med rimelighed for hvert spor kan afgøres, om det synes at konvergere mod steady state.

Foretag på grundlag af simulationsresultaterne en vurdering af, om modellen synes at indebære konvergens mod steady state.

Spørgsmål 10. Vis at under de gjorte antagelser (herunder $n > s_K \bar{r}$) vil den betragtede lille indenlandske økonomi i steady state have en højere nationalindkomst per capita som åben end som lukket bortset fra i knivsægstilfældet $\bar{r} = \alpha n / s_K$. Forklar dette fundamentale resultat intuitivt.

Spørgsmål 11. I pensums kapitel 4 betragtedes en model for en lille åben økonomi uden humankapital, og der vist et resultat med hensyn til nationalindkomst per capita identisk med det i spørgsmål 10 beskrevne. Med hensyn til reallønnen fandtes: 1) Hvis den lille økonomi som lukket ville frembringe en realrente i steady state, som var større end den internationale realrente \bar{r} , da ville den i steady state have en højere realløn som åben end som lukket. 2) Hvis den lille økonomi som lukket ville frembringe en realrente i steady state, som var lavere end den internationale realrente \bar{r} , da ville den i steady state have en lavere realløn som åben end som lukket. Vis for den her betragtede model og under de gjorte antagelser (herunder $n > s_K \bar{r}$) at resultat 1) holder igen, mens resultat 2) må modificeres. Hvordan er modifikationen? Forklar resultaterne intuitivt.

Der skal nu betragtes følgende specifikation af parametre for verdensøkonomien, hvor en streg over variabelen altid henfører til Verden: $\bar{\alpha} = \bar{\varphi} = 1/3$, $\bar{s}_K = 0,2$, $\bar{s}_H = 0,1$ og $\bar{n} = 0,012$.

For den lille indenlandske økonomi skal der betragtes de samme parameterværdier som anført inden spørgsmål 9: $\alpha = \varphi = 1/3$, $s_K = 0,1$, $s_H = 0,05$ og $n = 0,024$.

De relative forskelle i investerings- og befolkningsvækstrater, som her er antaget mellem Indland og Verden, er empirisk set repræsentative for et relativt fattigt land i forhold til den udviklede del af verdensøkonomien.

Spørgsmål 12. Beregn steady state-værdierne \bar{k}^* , \bar{h}^* , \bar{y}^* , \bar{c}^* , \bar{r}^* og \bar{w}^* af henholdsvis fysisk kapital, humankapital, indkomst og forbrug per capita samt realrente og -løn for

verdensøkonomien. Det skal nedenfor antages, at verdensøkonomiens realrente i steady state, \bar{r}^* , er lig med den konstante internationale realrente, \bar{r} , som er given for Indlandet, når dette betragtes som en åben økonomi.

Beregn nu steady state-værdierne k_c^* , h_c^* , y_c^* , c_c^* , r_c^* , og w_c^* for samme variable for den lille indenlandske økonomi under antagelse af, at denne er lukket. Beskriv hvad de antagne forskelle med hensyn til investerings- og befolkningsvækstrater mellem Indlandet og Verden indebærer med hensyn til den lille *lukkede* økonomis relative velstandsmæssige placering på langt sigt.

Beregn endelig steady state-værdierne w^* , v^* , h^* , y^* , y^{n*} , k^* , f^* og $\bar{r}f^*$ af henholdsvis realløn, national formue, humankapital, indenlandsk produktion (BNP), nationalindkomst (BNI), indenlandsk (fysisk) kapital, nettoaktiver samt nettooverførsler fra udlandet per capita for den lille indenlandske økonomi under antagelse af, at denne er åben. Beskriv den lille *åbne* økonomis relative velstandsmæssige placering på langt sigt samt de langsigtede velstandsmæssige perspektiver for en lille relativt fattig økonomi ved at liberalisere kapital- (og vare-) bevægelserne fuldstændigt, sådan som de fremgår af de udførte beregninger.

Spørgsmål 13. Dette spørgsmål fokuserer på tilpasningsprocessen fra gammel til ny steady state ved en åbning af den lille indenlandske økonomi.

Antag at Indlandet frem til og med periode 0 (nul) har været lukket og befundet sig i steady state. Fra og med (begyndelsen af) periode 1 liberaliserer Indlandet sine kapital- og varebevægelser og bliver dermed med virkning fra periode 1 en lille åben økonomi med fuldstændig fri bevægelighed for kapital og varer. Verdensøkonomien antages at være i steady state hele tiden.

Ved at foretage passende simulationer med modellen for den lille åbne økonomi skal der beregnes tidsserier (v_t) , (h_t) , (k_t) , (y_t) , (w_t) , (y_t^n) , (c_t) , (f_t) og $(\bar{r}f_t)$ fra periode 0 og et større antal perioder frem. Tilpasningen af de nævnte variable fra gammel til ny steady state ønskes illustreret grafisk, og tilpasningsprocessen ønskes beskrevet verbalt og forklaret intuitivt med hensyn til de mest markante træk.

Spørgsmål 14. I virkelighedens verden er det konstateret, at kapital i overraskende (og for mange skuffende) ringe grad søger fra de rige til de fattige lande, når sidsnævnte liberaliserer kapitalbevægelserne. I nogle tilfælde søger kapitalen direkte modsat væk fra de fattigere, nyliberaliserede lande. Overvej hvordan modellen for den lille åbne økonomi kan modificeres, så en åbning (med de betragtede parameterverdier i øvrigt) kun i ringe grad, eller slet ikke, fører til en indstrømning af kapital til Indlandet eller måske ligefrem fører til en udstrømning. Diskutér om en liberalisering af kapitalbevægelserne er gavnlig for en lille økonomi, hvis konsekvensen af en liberalisering er kapitaludstrømning.